Торайғыров университетінің
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Торайгыров университета

ТОРАЙҒЫРОВ УНИВЕРСИТЕТІНІҢ ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік ғылымдар сериясы
1997 жылдан бастап шығады

ВЕСТНИК ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 3 (2023)
Павлодар

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
ТОРАЙГЫРОВ УНИВЕРСИТЕТА

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о постановке на переучет периодического печатного издания, информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988
выдано
Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность
публикация материалов в области физики, математики, механики и информатики

Подписной индекс – 76208

https://doi.org/10.48081/USKE4479

МАЗМҰНЫ

«КОМПЬЮТЕРЛІК ҒЫЛЫМДАР» СЕКЦИЯСЫ

«ТЕОРИЯЛЫҚ ЖӘНЕ ЭКСПЕРИМЕНТТІК ФИЗИКА» СЕКЦИЯСЫ

***A. V. Beisenbek[1], N. D. Zaurbekova**
Kazakh National Women's Teacher Training University,
Republic of Kazakhstan, Almaty.
Accepted for publication 15.09.23.

PROPERTIES AND STRUCTURE OF ROCKS

The article defines the origin of rocks and their types. The rocks that formed a stone shell in the surface layer of the earth were first formed solidified from a molten viscous substance. Consequently, the minerals and crystals from which he formed the rocks were also originally formed from this molten substance. That is, they are divided into important types called igneous, metamorphic, sedimentary rocks, and the basic physical properties and structure of rocks, their composition are given. In rock mechanics: porosity, density, strength and fracture, deformation, elasticity and acoustic properties of rocks have been described most comfortably because of their importance. The study of such properties and structure of rocks allows us to predict their physical and technical characteristics. The MathCad program was used as an easy way to solve problems using modern technologies and rock properties. To determine the elastic properties of rocks using modern technologies, calculations were carried out using the Mathcad program. The Mathcad program that we use shows how to output digital indicators using a computer, and the result is a linear wave indicator (Young's module).

Keywords: mechanics, stones, acoustics, deformation, Mathcad program.

FТАМР 27.35.31

https://doi.org/10.48081/XEYZ6093

***Н. А. Испулов, М. Р. Ахметсафин, Н. Ж. Жуспекова**
Торайғыров университеті, Казақстан Республикасы, Павлодар қ.
*e-mail: nurlybek_79@mail.ru

ТЕТРАГОНАЛДЫ СИНГОНИЯНЫҢ $4,\ \bar{4},\ 4/m$ КЛАСТАРЫ ҮШІН АНИЗОТРОПТЫ ОРТАДА ТЕРМОСЕРПІМДІ ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ ТУРАЛЫ ЕСЕП

Термосерпімділік – классикалық серпімділік пен жылу өткізгіштік теорияларын жалпылау болып табылады және құбылыстардың кең ауқымын сипаттайды. Бұл теория изотропты орта жағдайында термосерпімді толқындардың таралуын дәл болжай алады. Бұрыннан зерттелген изотропты ортада толқындарды - тура және кері деп ажыратуға болатындығынан, бұл орталарды зерттеу онай болып табылады. Алайда, тетрагоналды сингонияның анизотропты ортада термосерпімді толқындардың таралуы әлі толық түсінілмеген. Анизотропты орта жағдайында параметрлердің саны көп болғандықтан, едәуір есептер шешілмеген болатыны белгілі. Бұл жұмыста серпімділік теориясы температура мен деформацияның өзара әрекеттесуін ескермейтін температуралық кернеудің шамамен теориясы қолданылды. Сонымен қатар, матрицант әдісін қолдана отырып, тетрагоналды кристалдық жүйенің $4,\ \bar{4},\ 4/m$ кластарының анизотропты ортасында бойлық серпімді және жылу толқындарының таралу мәселелеріне аналитикалық зерттеу жүргізілді. Бұл мақалада жылу толқындарының z осі бойымен таралуы туралы шешімі қарастырылды. Атап айтқанда, бір өлшемді кеңістікте жылу толқындарының таралуы мәселесі шешілді: өшу коэффициенті мен жылу толқынының фазалық жылдамдығының әртүрлі материалдардағы бұрыштық жиілікке тәуелділігі анықталды. Есептеу нәтижелері әртүрлі сингониялардың анизотропты орталарда термосерпімді толқындардың таралуын жақсырақ түсіну үшін пайдалы болып табылады.

Кілтті сөздер: анизотропты орта, серпімді толқындар, кристалдық жүйелер, тетрагоналды сингония, термосерпімділік, матрицант.

Кіріспе

Өткен ғасырда дамыған қайтымсыз процестердің термодинамикасы да қайтымсыз деформация мәселелерін шешуге мүмкіндік берді және механикалық және жылу процестеріне бірыңғай түсінік берді [1, 2].

Сол сияқты, В. Новацкий термоэластикалық қабатта гармоникалық толқынның таралуын зерттеді [3, 4]. Жылу және механикалық параметрлермен сипатталатын температура мен деформация өрісінің әлсіздігіне байланысты жиілік теңдеуі бұзылулар әдісімен шешіледі.

Био тұжырымдаған поро-серпімділік теңдеулері поро-серпімділік саласындағы толқындардың таралу мәселелерін шешуге негіз болды. Био сонымен қатар анизотропты пороэластикалық қатты зат жағдайында кернеу мен деформация арасындағы байланысты ұсынды. Био, Шарма және т.б. теңдеулеріне сүйене отырып, сұйықтық пен кеуекті қатты дененің интерфейсіндегі шағылысу мен өткізгіштікті зерттеді, бірақ кеуекті қатты еркіті симметриямен анизотропты болып саналады [5, 6]. Ұқсас зерттеулер келесі салаларда жүргізілді: серпімді және термоэластикалық потенциалдарды енгізу арқылы үш дифференциалдық теңдеулердің есептері мен шешімдері қарастырылды [7], фототермиялық тасымалдау процестері [8], фототермиялық диффузиядағы (PTD) айнымалы жылу өткізгіштік әсері [9], біртекті, изотропты, жылу-электр өткізгіш жартылай кеңістіктегі қатты денеге арналған магниттік термоэластикалық байланыс туралы электро-есеп [10].

Тетрагоналды сингонияның термосерпімді анизотропты ортадағы толқындардың таралуы матрицалық әдісті қолдану арқылы зерттелді, мысалы, сұйық кристалдардағы және термоэластикалық ортадағы толқындардың таралуы [11–14].

Анизотропты ортаның электродинамикасы бойынша көптеген классикалық деректемелер, сонымен қатар ұсынылған деректемелер матрицалық әдісті қолданбайды. Біздің жұмысымызда біз аналитикалық матрица әдісін қолданамыз, ол алдымен экспоненциалды қатар элементтерін салыстыру негізінде матрицалар түріндегі шешімдердің құрылымын нақтылайды (біздің жағдайда). Әрі қарай, кейбір шектеулермен толқындардың сипаттамалары мен материалдық орта арасындағы тәуелділіктер алынады. Бұл әдісті профессор С. К. Тлеукенов Бриллюэн мен Пародидің шығармаларына сүйене отырып ұсынған [15].

Бұл мақалада біз бір өлшемділік жағдайында тетрагоналды сингонияның жылу толқындарының таралуын зерттеу үшін жаңа матрицалық әдісті қолдандық. Алынған шешімдер белгілі классикалық шешімге сәйкес келеді [16]. Сонымен қатар, нәтижелер пороэластикалық теңдеумен сәйкес келеді. Матрицалық әдіс изотропты және анизотропты ортадағы толқындық процестерді (серпімді және электромагниттік) зерттеуге мүмкіндік береді.

Материалдар мен әдістер

Бұл жұмыста біз пьезоэлектрлік, пьезомагниттік, термосерпімді қасиеттері бар ортадағы байланысты процестерді сипаттайтын дифференциалдық теңдеулердің нақты аналитикалық шешімдерін алуға мүмкіндік беретін [17], матрицалық әдісті қолдандық.

Бұл аналитикалық зерттеу серпімді стратификацияланған ортаның динамикасын талдаудың матрицалық әдістерін жасауға негізделген.

Әдіс айнымалылар әдісін (шешімді жазық толқындар түрінде ұсыну) айнымалы коэффициенттері бар қарапайым бірінші ретті дифференциалдық теңдеулердің эквивалентті жүйесіне бөлу және матрицалық құрылымды, яғни іргелі шешімдердің қалыпқа келтірілген матрицасын құру арқылы бастапқы қозғалыс теңдеулерін азайтудан тұрады.

Матрицалық әдістің артықшылығы ортаның кең класы үшін толқындардың таралуын тұжырымдауға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, әдістің тағы бір артықшылығы алынған өрнектер жинақы пішінге ие. Бұл аналитикалық және сандық есептеулер үшін ыңғайлы болып табылады.

Бұл әдіс сыналды, алынған нәтижелер әртүрлі басылымдардағы бұрын белгілі нәтижелерге сәйкес келеді.

Матрицант әдісінің басты артықшылығы термоэлектрлік, магнитоэлектрлік, пьезоэлектрлік және пьезомагниттік әсерлер сияқты әртүрлі процестердегі толқындардың таралуын біркелкі сипаттау [18, 19].

Нәтижелер және талқылау

Тетрагоналды сингонияның анизотропты ортада термоэластикалық толқындардың таралуын зерттеу серпімді ортадағы қозғалыс теңдеулерін бір уақытта шешуге негізделген [3,4]:

$$\frac{\partial\sigma_{XX}}{\partial X}+\frac{\partial\sigma_{XY}}{\partial Y}+\frac{\partial\sigma_{XZ}}{\partial Z}=\rho\frac{\partial^2 U_X}{\partial t^2},$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\sigma_{XY}}{\partial X}+\frac{\partial\sigma_{YY}}{\partial Y}+\frac{\partial\sigma_{YZ}}{\partial Z}=\rho\frac{\partial^2 U_Y}{\partial t^2},\\ \frac{\partial\sigma_{XZ}}{\partial X}+\frac{\partial\sigma_{YZ}}{\partial Y}+\frac{\partial\sigma_{ZZ}}{\partial Z}=\rho\frac{\partial^2 U_Z}{\partial t^2},\end{gathered}\qquad(1)$$

Тетрагоналды сингонияның Анизотропты орта жағдайында Фурье ұсынған жылу теңдеулері келесідей түрде:

$$\lambda_{ij}\frac{\partial\theta}{\partial x_j}=-q_i,\qquad(2)$$

ал жылу көзінің әсерінсіз жылу ағынының теңдеуі келесі формула арқылы беріледі:

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_i} = -i\omega\beta_{ij}\varepsilon_{ij} - i\omega\frac{c_\varepsilon}{T_0}\theta, \qquad (3)$$

мұндағы σ_{ij} кернеу тензорының компоненттерін, - ортаның тығыздығы, λ_{ij} - жылу өткізгіштік тензорының компоненттері, q_i - жылу ағыны векторының компоненттері, ω -бұрыштық жиілік, β_{ij} - ортаның термиялық-механикалық параметрі, ε_{ij} - Кошидің кіші деформация тензорының компоненттері, c_ε - тұрақты деформациядағы жылу сыйымдылығы, ал $\theta = \mathrm{T} - T_0$ - табиғи күй температурасымен салыстырғанда температураның жоғарылауы T_0 (T_0 - деформациясыз табиғи күй температурасы). Деформация аз болған жағдайда $\left|\frac{\theta}{T_0}\right| \ll 1$.

Кернеу мен деформация арасындағы теңдеулерді Дюамель–Нейман қатынастарымен келесідей сипаттауға болады:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl} - \beta_{ij}\theta \qquad (4)$$

мұндағы c_{ijkl} - серпімді тұрақтылар, $\alpha = ij, \beta = kl$; β_{ij} - ортаның термомеханикалық параметрлері.

Мұнда (1)-(4) теңдеулер механикалық процесте пайда болатын температура мен кернеу арасындағы байланыс жылу өрісі мен ортадағы деформацияға тәуелді екенін көрсетеді, ал олар тәуелсіз айнымалылар.

Тетрагоналды жүйенің 4, $\bar{4}$, $4/\mathrm{m}$ кластары үшін серпімді тұрақтылардың матрицасын келесідей жазуға болады:

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & -c_{16} \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ c_{61} & -c_{61} & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

Дененің термомеханикалық параметрлері β_{ij} және олар дененің механикалық және жылу қасиеттеріне тәуелді, ал тетрагоналды жүйенің анизотропты ортасы үшін:

$$\beta_{ij} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & 0 & \beta_{13} \\ 0 & \beta_{11} & \beta_{13} \\ \beta_{13} & \beta_{13} & \beta_{33} \end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Айнымалыларды бөлу әдісін қолдана отырып, (1)-(4) теңдеулерді қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесіне дейін азайтуға болады, мұнда ортаның біртекті еместігі Z осі бойымен орналасқан, яғни $\mathrm{Z} \| \mathrm{A}_2$, , мұндағы A_2 - екінші ретті симметрия осі.

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}, \qquad (7)$$

мұндағы $\vec{W}$ векторы келесі түрге ие:

$$\vec{W}(x,y,z,t) = \left[u_z(z), \sigma_{zz}, u_x(z), \sigma_{xz}, u_y(z), \sigma_{yz}, \theta, q_z\right]^t exp(\,i\omega t - imx - iny) \qquad (8)$$

Мұнда $\vec{W}$ есептің шекаралық шарттарын қамтитын вектор бағаны; $u_z(z)$, $u_x(z)$, $u_y(z)$ сәйкес координаттарға жылжу векторының проекциясын білдіреді, $m=k_x$, $n=k_y$, $l=k_z$ толқындық векторының x, y және z компоненттерін көрсетеді. Тиісінше, коэффициенттер матрицасы келесідей беріледі;

$$B = B\left[c_{ijkl}(z), \beta_{ij}(z), \theta, \omega, m, n, l\right], \qquad (9)$$

бұл B матрицасының функционалдық тәуелділігін көрсетеді, мысалы, f=f (x, y, z, t) түрінде.

Мұнда в коэффициенттері матрицасының элементтері келтірілген теңдеулер (9) онда қоршаған ортадағы толқындардың таралуы туралы ақпарат бар. Бұл мақалада біз толқындардың поляризациясын анықтау үшін B матрицасының коэффициенттерін талдадық және олардың арасындағы байланыс термомеханикалық әсердің әсерінен әр түрлі болады.

Осыған дейін [12] жұмысында ромбтық, тетрагоналды және алтыбұрышты сингонияның анизотропты ортасында байланысты серпімді және жылу толқындарының таралуын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесі (7) тұжырымдалған.

$4,\ \bar{4},\ 4/m$ кластарының тетрагоналды жүйесінде белгілі бір бағыт немесе белгіленген жазықтық немесе екеуі де бар. Бағыт оған перпендикуляр жазықтықты анықтайтындықтан, бағыт тік ось бойымен таңдалады. Ол әдетте с, z немесе x_3 деп белгіленеді; қалған екі координаталық ось көлденең жазықтықта еркін орналасуы мүмкін. Барлық үш осьтің ұзындығы ерікті болуы мүмкін. Анизотропты тетрагоналды орта екінші ретті симметрия осімен сипатталады. Егер z біртекті еместігі $z\|A_2$ байланысты болса, онда (7) В матрицасының құрылымы келесідей болады:

$$B=\begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & b_{17} & 0\\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0\\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & b_{36} & 0 & 0\\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & b_{47} & 0\\ b_{26} & 0 & 0 & b_{36} & 0 & b_{56} & 0 & 0\\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & b_{67} & b_{77}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{77} & b_{78}\\ 0 & -i\omega b_{17} & -i\omega b_{47} & 0 & -i\omega b_{67} & 0 & b_{87} & b_{77} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

мұнда b_{ij} коэффициент матрицасының компоненттерін білдіреді.

Бұл жұмыста $4,\ \bar{4},\ 4/m$ кластарының тетрагоналды сингония үшін анизотропты ортасында жылу толқындарының таралуы қарастырылды.

Анизотропты қабаттағы кеңістіктік координаттардың бірі бойымен таралатын бойлық серпімді толқын жағдайы үшін (1) берілген қозғалыс теңдеулерін келесідей жазуға болады:

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}=\rho\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}, \tag{11}$$

мұндағы, $\sigma_z=c_{33}\frac{\partial Uz}{\partial z}-\sigma_{ij}$ z-кернеу тензорының құрамдас бөлігі, ρ

- орташа тығыздық, U_z – z-ортаның қозғалу векторының құрамдас бөлігі, - изотермиялық серпімділік модульдері.

Айнымалыларды бөлу әдісін қолдана отырып, біз гармоникалық толқындар жағдайында аламыз:

$$\left[U_z;\sigma_z\right]=\left[U_i(z),\sigma_{ij}(z)\right]e^{i\omega t}, \tag{12}$$

(1)-(4) теңдеулер жүйесі гармоникалық толқындардың таралуын сипаттайтын екінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесіне дейін азаяды (7).

Нәтижесінде бірінші ретті дифференциалдық теңдеу жүйесі пайда болады (7):

$$\left.\begin{aligned}\frac{dU_z}{dz}&=\frac{1}{c_{33}}\sigma_z\\ \frac{d\sigma_z}{dz}&=-\omega^2\rho U_z\end{aligned}\right\}\Rightarrow\frac{d}{dz}\begin{pmatrix}U_z\\ \sigma_z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & b_{12}\\ b_{21} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}U\\ \sigma\end{pmatrix}, \tag{13}$$

Тривиальды емес шешімдердің болуы шарты келесі детерминанттың нөлге айналуы болып табылады [19]:

$$det|B-\lambda E|=0, \tag{14}$$

мұндағы В-элементтері серпімді бойлық толқын таралатын ортаның параметрлерін қамтитын коэффициент матрицасы. Бұл матрицаның элементтері (13) және келесі түрге ие:

$$b_{12}=\frac{1}{c_{33}};\ b_{21}=-\omega^2\rho,$$

бұл сипаттамалық келесі теңдеуге әкеледі (14):

$$\lambda^2=\pm i\omega\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}.$$

Соңғы қатынас толқындық спектр тең деген қорытындыға әкеледі:

$$k_{1,2}=\pm i\omega\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}, \tag{15}$$

Бұл мәселені келесідей шешуге болады:

$$\phi=Ae^{\lambda_1 z}+Be^{\lambda_2 z}\Rightarrow\phi=Ae^{i\omega\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}z}+Be^{-i\omega\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}z}, \tag{16}$$

$4,\ \bar{4},\ 4/m$ кластарының тетрагоналды сингониясының анизотропты ортасында жылу толқынының таралуын қарастыру үшін мысал ретінде жоғарыда айтылғандарды алайық.

Бұрыштық жиіліктегі жылу кеңеюінің гармоникалық толқындары ω шексіз термиялық серпімді ортада пайда болады делік.

Бір өлшемді жылу теңдеуі келесідей:

$$c_\varepsilon \frac{\partial \theta}{\partial t} = \lambda_{33} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \tag{17}$$

Мұны матрицалық түрде келесідей жазуға болады:

$$\frac{d}{dz}\begin{pmatrix}\theta \\ q_z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & b_{78} \\ b_{87} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\theta \\ q_z\end{pmatrix}, \tag{18}$$

мұндағы c_ε тұрақты деформациядағы жылу сыйымдылығын көрсетеді, $\theta = T - T_0$ температураның табиғи күйдегі T_0 температурасымен салыстырғанда жоғарылауы жылу өткізгіштік тензоры болып табылады, λ_{33} жылу векторының компоненттерін білдіреді [2].

(18) матрицасының коэффициенттері келесідей:

$$b_{78} = -\frac{1}{\lambda_{33}};\, b_{87} = -i\omega c_\varepsilon,$$

Бұл жағдайда сипаттамалық теңдеу (14) келесідей ұсынылуы мүмкін:

$$\delta^2 - i\omega \frac{c_\varepsilon}{\lambda_3} = 0, \tag{19}$$

демек, бұл

$$\delta_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{i\omega}{a}}, \tag{20}$$

мұндағы $a = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ жылу өткізгіштік коэффициенті, λ жылу өткізгіштік коэффициентін білдіреді, меншікті жылу сыйымдылығы болып табылады, заттың тығыздығын көрсетеді.

(20) тамыры келесідей ұсынылуы мүмкін:

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{\omega}{a}}e^{i\frac{\pi}{4}}; \quad \delta_2 = \sqrt{\frac{\omega}{a}}e^{i\frac{\pi}{4}+\pi},$$
$$\Rightarrow \delta_1 = \sqrt{\frac{\omega}{a}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}(1+i), \tag{21}$$

$$\delta_2 = -\sqrt{\frac{\omega}{2a}}(1+i), \tag{22}$$

(21) -ден (22) алып тастау келесі түрге әкеледі:

$$\delta_2 - \delta_1 = -\sqrt{\frac{\omega}{2a}}(1+i), \tag{23}$$

осыдан

$$\delta_1 = -\delta_2 \Rightarrow \delta_2 = -\delta_1, \tag{24}$$

Бір өлшем жағдайында жылу толқынының таралуы туралы мәселені шешу келесі түрде:

$$T_\text{т} = \frac{B - \delta_2 E}{\delta_1 - \delta_2}e^{\delta_1 z} + \frac{B - \delta_1 E}{\delta_2 - \delta_1}e^{\delta_2 z}, \tag{25}$$

[12, 13] еңбектерінде матрицалық құрылымның жалпы формасы ұқсас (25) және анизотропты ортада термиялық серпімді толқындардың таралуын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер жүйесінің (7) нақты шешімі тұжырымдалған. Дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін бәрі (18) сипатталғандай. Нақты шешімнің тұжырымдамасы (25).

(23) және (24) көмегімен оң жақтағы нумератор (25) болады:

$$\frac{\mathbf{B} - \boldsymbol{\delta}_1\mathbf{E}}{2\boldsymbol{\delta}_2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{\frac{2\omega}{a}}(1+i)} \\ \frac{i\omega c_\varepsilon}{2\sqrt{\frac{2\omega}{a}}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix},$$

В матрицасының коэффициенттері келесідей ұсынылуы мүмкін:

$$\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1-i}{4\sqrt{\frac{2\omega}{a}}} \\ \frac{\omega c_\varepsilon}{4\sqrt{\frac{2\omega}{a}}} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4\sqrt{\frac{2\omega}{a}}} \\ \frac{\omega c_\varepsilon}{4\sqrt{\frac{2\omega}{a}}} & 0 \end{pmatrix},$$

Демек, В коэффициенттерінің матрицасы нақты және ойдан шығарылған бөліктерге бөлінеді:

$$\boldsymbol{B = Re\,B + Im\,B,} \tag{26}$$

бұл қатты ортада жылу толқынының таралуына сәйкес келеді.

Жалпы жағдай үшін, жоғарыда келтірілген қатынастарды ескере отырып, (25) теңдеудің шешімі келесідей ұсынылуы мүмкін:

$$T_т = Re\,B\,e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} Cos\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z + Im\,B\,e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} Sin\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z, \tag{27}$$

Бір өлшемді жағдайда жылу толқынының таралу мәселесін шешу классикалық шешіммен сәйкес келеді, ол келесідей [20]:

$$f = e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} e^{i\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2a}}z\right)}, \tag{28}$$

Физикалық себептерге байланысты екі түбірдің $\boldsymbol{\delta_1, \delta_2}$ теріс нақты бөлігін қамтитын түбірді сақтау керек.

Сондықтан жылу толқынының шешімі келесідей болады:

$$\theta = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} Cos\omega\left(t - \frac{z}{\sqrt{2a\omega}}\right), \tag{29}$$

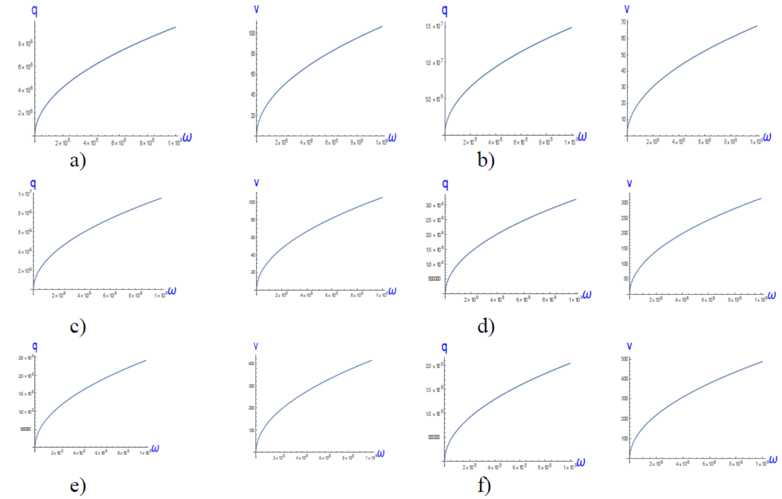
мұндағы $\nu = \sqrt{2a\omega}$ – фазалық жылдамдық және ол жылу толқынының жиілігіне байланысты.

(16) өрнек - Z осі бойымен таралатын таза серпімді жазық гармоникалық толқын. (29) өрнек $q = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$ коэффициентпен сипатталатын бәсеңсу қасиеті болуы және фазалық жылдамдықтың жиілік функциясы екендігіне байланысты дисперсиясы бар таза термиялық жазық гармоникалық толқынға сәйкес келеді: .

Жылу толқынының ыдырау коэффициенті мен фазалық жылдамдығы $q = \sqrt{\frac{\omega}{2a}}$ және $\nu = \sqrt{2a\omega}$ тең. Жылу өткізгіштік коэффициенті келесі қатынаспен көрсетіледі $a = \frac{\lambda}{c_p\rho}$.. 1-кестеде көрсетілгендей келесі заттар мен олардың параметрлерін қарастырылды [20]:

Кесте1 –

Предмет	λ, коэффициент теплопроводности, В/(м*К)	c_p, удельная теплоемкость, Дж/(кг*К)	ρ, плотность, кг/м^3
Кварц	11.3	750	2650
Кальцит	4.98	800	2710
Висмут	6.65	123.5	9750
Графит	89	840	2150
Алюминий	208	897	2700
Мыс	410	385	8950



Сурет-1 – ыдырау коэффициенті мен жылу толқынының фазалық жылдамдығының әртүрлі ортадағы бұрыштық жиілікке тәуелділігі; а) кварц, б) кальцит, в) висмут, г) графит, д) алюминий, е) мыс.

1-суреттен q және v бір-біріне бірдей тәуелді екенін көруге болады, өйткені q ~ $\sqrt{\omega}$ және v ~ $\sqrt{\omega}$. Сондай-ақ, q және v ұлғаюына байланысты параболалық заң бойынша өсетінін көруге болады.

Қорытынды

Бұл жұмыста матрицант негізінде тетрагоналды кристалдық жүйенің $4,\ \bar{4},\ 4/m$ кластарының анизотропты ортасында серпімді бойлық және жылу толқындарының таралуы қарастырылады.

Сонымен қатар, матрицалық әдісті қолдана отырып, серпімді ортада толқындардың таралу теңдеулерінің шешімдері алынады. Осы шешімдерге сүйене отырып, жылу толқындарының өшу коэффициенті мен фазалық жылдамдығын анықтауға болады. Соңында, матрицант әдіспен алынған нәтижелер басқа аналитикалық шешім арқылы алынған пороэластикалық теңдеулердің модельдеріне сәйкес келеді [5, 6]. Нәтижелер әртүрлі анизотропты орталарда термиялық серпімді толқындардың таралуын жақсырақ түсіну үшін пайдалы болады деп күтілуде. Бұл зерттеуде, біз өшу коэффициенті мен жылу толқынының фазалық жылдамдығының әртүрлі материалдардағы бұрыштық жиілікке тәуелділігін алдық. Біз бұл тәуелділіктерді талдадық.

ПАЙДАЛАНҒАН ДЕРЕКТЕР ТІЗІМІ

1 **Biot, M. A.** Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, J. appl. Phys., 1955. – 26. –P. 182–185.

2 **Boley B., Jerome H. Weiner.** 1960. Theory of Thermal Stresses. New York; London: Wiley, 1960.

3 **Nowacki, W.** Dynamic Problems of Thermoelasticity, Noordhoff, The Netherlands, 1975. – P. 38–74.

4 **Nowacki, W.** Thermo-elasticity. 2nd edition. Pergamon Press, Oxford 1986.

5 **Sharma, M. D.** 2004. 3-D wave propagation in a general anisotropic poroelastic medium: phase velocity, group velocity and polarization. Geophys. J. Int. 156, P. 329–344.

6 **Sharma, M. D.** 2004. Wave propagation in a general anisotropic poroelastic medium with anisotropic permeability: phase velocity and attenuation International Journal of Solids and Structures 41. – 2004. – P. 4587–4597.

7 **Mohamed I. A. Othman, Kh. Lotfy, R. M.** Farouk // Transient Disturbance in a Half-Space under Generalized Magneto-Thermo-elasticity with Internal Heat Source//Acta Physica Polonica Series a 116(2)// DOI: 10.12693/APhysPolA.116.185.

8 **Lotfy Kh.** A novel model of magneto photothermal diffusion (MPD) on polymer nano-composite semiconductor with initial stress // Pages 83-100//17 Jan 2019 // Waves in Random and Complex Medium // [Electronic resource]. – https://doi.org/10.1080/17455030.2019.1566680.

9 **Lotfy Kh.** // Effect of Variable Thermal Conductivity during the Photothermal Diffusion Process of Semiconductor Medium, Silicon. – 2019. – 11(4), P. 1863–1873.

10 **Abo-Dahab, S. M., Lotfy, Kh.** // Thermomechanical Response Model on a Reflection Photothermal Diffusion Waves (RPTD) for Semiconductor Medium, Silicon, 2020. – 12(1), P. 199–209.

11 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Shah, M. A., Seythanova, Ainur K., Kissikov, T. G., Arinov, E.** Reflection of thermoelastic wave on the interface of isotropic half-space and tetragonal syngony anisotropic medium of classes 4, 4/m with thermomechanical effect, CHINESE PHYSICS B, Number of article: 038102, DOI: 10.1088/1674-1056/25/3/038102 – 2016.

12 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Arinov, E.** The Propagation of Thermoelastic Waves in Anisotropic Medium of Orthorhombic, Hexagonal, and Tetragonal Syngonies, Advances in Mathematical Physics, Number of article: 4898467, DOI: 10.1155/2017/4898467 – 2017.

13 **Ispulov, N. A. Qadir, A., Zhukenov, M. K., Dossanov, T. S. Kissikov, T. G.** The Analytical Form of the Dispersion Equation of Elastic Waves in Periodically Inhomogeneous Medium of Different Classes of Crystals. ADVANCES IN MATHEMATICAL PHYSICS. Number of article: 5236898, DOI: 10.1155/2017/5236898 - 2017.

14 Reflection of plane harmonic wave in rotating media with fractional order heat transfer and two temperature; Partial Differential Equations in Applied Mathematics;Volume 4, December 2020, 100049.

15 **Brillouin L., Parodi, M.** Wave propagation in periodic structures. – M. : Foreign Literature Publishing House, 1959. – 457 p.

16 **Kovalenko A. D.** Fundamentals of thermoelasticity, Kiev, 1970. – 240 P. [In Russian].

17 **Tleukenov S. K.** Matricant Method. Pavlodar, PSU press. 2004. – 172 p. (in Russian).

18 **Kurmanov A. A., Ispulov N. A., Abdul Qadir, Zhumabekov A. Zh., Sarymova Sh. N., Dossumbekov K. R.** Propagation of Electromagnetic Waves in Stationary Anisotropic Medium, Physica Scripta, 96, Number of article: 085505, DOI: 10.1088/1402-4896/abfe87 – 2021.

19 **Dossumbekov K. R., Ispulov N. A., Kurmanov A. A., and Zhumabekov A. Zh.** Propagation of electromagnetic waves in cholesteric liquid crystals. Russian Physics Journal, Vol. 64, № 8, December, 2021, P. 1391–1399.

20 **Nye J. F.** Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices. Oxford science publications. Clarendon Press, 1985. – 329 p.

Басып шығаруға 15.09.23 қабылданды.

***Н. А. Испулов, М. Р. Ахметсафин, Н. Ж. Жуспекова**
Торайгыров Университет, Республика Казахстан, г. Павлодар.
Принято к изданию 15.09.23.

ЗАДАЧА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ КЛАССОВ $4,\ \bar{4},\ 4/m$

Термоупругость является обобщением классических теорий упругости и теплопроводности и описывает широкий спектр явлений. Эта теория может точно предсказать распространение термоупругих волн в условиях изотропной среды. Поскольку в изотропной среде можно разделить волны - прямые и обратные, изучение этих сред является не сложным. Однако распространение термоупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии еще полностью не изучено. Известно, что из-за большого количества параметров в условиях анизотропной среды не решаются многие задачи. В этой работе использовалась матричная теория температурного напряжения, в которой теория упругости не учитывала взаимодействие температуры и деформации. Кроме этого, с помощью матричного метода было проведено аналитическое исследование проблем распространения продольных упругих и тепловых волн в анииззотропной среде классов $4,\ \bar{4},\ 4/m$ *тетрагональной кристаллической системы. В этой статье было рассмотрено решение о распространении тепловых волн вдоль оси Z. В частности, решена проблема распространения тепловых волн в одномерном пространстве: установлена зависимость коэффициента затухания и фазовой скорости тепловых волн от угловой частоты в различных материалах. Результаты расчетов полезны для лучшего понимания распространения термоупругих волн в анизотропных средах различных сингоний.*

Ключевые слова: анизотропная среда, упругие волны, кристаллические системы, тетрагональная сингония, термоупругость, матрицант.

***N. A. Ispulov, M. R. Akhmetsafin, N. Zh. Zhuspekova**
Toraigyrov University, Republic of Kazakhstan, Pavlodar.
Accepted for publication 15.09.23.

PROBLEM PROPAGATION OF THERMOELASTIC WAVES IN AN ANISOTROPIC MEDIUM OF TETRAGONAL SYMMETRY OF CLASSES $4,\ \bar{4},\ 4/m$

Thermoelasticity is a generalization of the classical theories of elasticity and thermal conductivity and describes a wide range of phenomena. This theory can accurately predict the propagation of heat-resistant waves in an isotropic medium. Since it is possible to distinguish between forward and reverse waves in the isotropic medium, the study of these media is onay. However, the propagation of heat-resistant waves in the tetrotropic medium of tetragonal syngony has not yet been fully studied. It is known that due to the large number of parameters in the conditions of the anisotropic medium, significant tasks are not solved. In this work, an approximate theory of temperature stress was used, in which the theory of elasticity ignored the interaction of temperature and deformation. In addition, an analytical study of the problems of propagation of longitudinal elastic and thermal waves in a anisotropic medium of classes $4,\ \bar{4},\ 4/m$ *of a tetragonal crystal system was carried out using the matrix method. In this article, the solution of the propagation of heat waves along the Z axis was considered. In particular, the problem of heat wave propagation in one-dimensional space is solved: the dependence of the attenuation coefficient and the phase velocity of heat waves on the angular frequency in various materials is established. The results of the calculations are useful for a better understanding of the propagation of thermally elastic waves in anisotropic media of different syngonies.*

Keywords: anisotropic medium, elastic waves, crystal systems, tetragonal syngony, thermoelasticity, matrix method.

Всем заинтересованным лицам необходимо, по мере возможности избегать возникновения конфликта интересов в любых вариациях на всех этапах публикации. В случае возникновения какого-либо конфликта интересов тот, кто обнаружил этот конфликт, должен незамедлительно оповестить об этом редакцию. То же самое касается любых других нарушений принципов, стандартов и норм публикационной и научной этики.

Неэтичное поведение

Неэтичным поведением считаются действия авторов, редакторов или издателя, в случае самостоятельного предоставления рецензии на собственные статьи, в случае договорного и ложного рецензирования, в условиях обращения к агентским услугам для публикации результатов научного исследования, лжеавторства, фальсификации и фабрикации результатов исследования, публикация недостоверных псевдо-научных текстов, передачи рукописи статей в другие издания без разрешения авторов, передачи материалов авторов третьим лицам, условия когда нарушены авторские права и принципы конфиденциальности редакционных процессов, в случае манипуляции с цитированием, плагиатом.

Теруге 15.09.2023 ж. жіберілді. Басуға 29.09.2023 ж. қол қойылды.
Электрондық баспа
7,50 Mb RAM
Шартты баспа табағы 10,07. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген: Е. Е. Калихан
Корректор: А. Р. Омарова, Д. А. Кожас
Тапсырыс № 4135

Сдано в набор 15.09.2023 г. Подписано в печать 29.09.2023 г.
Электронное издание
7,50 Mb RAM
Усл.печ.л. 10,07. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка Е. Е. Калихан
Корректор: А. Р. Омарова, Д. А. Кожас
Заказ № 4135

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
+7(718)267-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz
www.vestnik.tou.edu.kz
https://vestnik-pm.tou.edu.kz/