Торайғыров университетінің хабаршысы
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Вестник Торайгыров университета

Торайғыров университетінің ХАБАРШЫСЫ

Физика, математика және компьютерлік ғылымдар сериясы

1997 жылдан бастап шығады

TORAIGHYROV UNIVERSITY

ВЕСТНИК Торайгыров университета

Серия: Физика, математика и компьютерные науки

Издается с 1997 года

ISSN 2959-068X

№ 3 (2024)

ПАВЛОДАР

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Вестник Торайгыров университета

Серия: Физика, математика и компьютерные науки
выходит 4 раза в год

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о постановке на переучет периодического печатного издания,
информационного агентства и сетевого издания
№ KZ91VPY00046988
выдано
Министерством информации и общественного развития
Республики Казахстан

Тематическая направленность
публикация материалов в области физики, математики,
механики и информатики

Подписной индекс – 76208

https://doi.org/10.48081/JSCR3775

Бас редакторы – главный редактор
Тлеукенов С. К., *д.ф-м.н., профессор*

Заместитель главного редактора	Испулов Н. А., *к.ф-м.н., профессор*
Ответственный секретарь	Жумабеков А. Ж., *PhD доктор*

Редакция алқасы – Редакционная коллегия

Esref Adali,	*PhD доктор, профессор (Турция);*
Abdul Qadir Rahimoon,	*PhD доктор, профессор (Пакистан);*
Донбаев К. М.,	*д.ф-м.н., профессор;*
Демкин В. П.,	*д.ф-м.н., профессор (Российская Федерация);*
Жумадиллаева А. К.,	*к.т.н., профессор;*
Ибраев Н. Х.,	*д.ф-м.н., профессор;*
Косов В. Н.,	*д.ф-м.н., профессор;*
Сеитова С. М.,	*д.пед.н., профессор;*
Шоканов А. К.,	*д.ф-м.н., профессор*
Омарова А. Р.,	*технический редактор*

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели
Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов
При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник Торайгыров университета» обязательна

© Торайгыров университет

https://doi.org/10.48081/IFJW2753

МРНТИ 30.19.15

Абдул Кадыр[1], *Н. А. Испулов[2], А. А. Кисабекова[3], Р. М. Каримова[4], А. Ж. Жумабеков[5]

[1]Шукур университет бизнес администрирования, Пакистан, Шукур.
[2,5]НАО «Торайгыров университет», Республика Казахстан, г. Павлодар.
[3,4]НАО «Павлодарский педагогический университет имени Ә.Марғұлан», Республика Казахстан, г. Павлодар.
*e-mail: nurlybek_79@mail.ru
[1]ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0506-2417
[1]ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4703-1413
[3]ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6300-6758
[4]ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2811-9751
[5]ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2360-3747

О ТРЕХМЕРНОМ ТЕНЗОРЕ УПРУГОСТИ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Формула закона Гука для относительных величин выражается как $\sigma=E\varepsilon$. В такой форме он справедлив для любых малых объёмов материала. В области классической линейной упругости с тензором напряжений σ и тензором деформации ε обобщенная форма закона Гука задается как $\sigma ij=C_{ijkl\varepsilon kl}$, где тензор четвертого порядка $C=(C_{ijkl})$ известен как тензор упругости. Этот тензор существенно расширяет понятие константы жесткости пружины k, применяя его к более сложным, многомерным системам, что позволяет точнее описывать механические свойства различных материалов. В то время как пружинная константа описывает поведение простой пружины, тензор упругости способен охватить значительно более сложные и многокомпонентные взаимодействия в материалах. Инварианты этих тензоров упругости инкапсулируют ключевые механические свойства материалов, эффективно обобщая и дополняя понятие «жесткости пружины» в сложных контекстах. В рамках этой статьи мы применяем обобщенное представление Кельвина для параметризации тензора *напряжений, что значительно упрощаети делает более наглядным процесс определения действия на тензорупругости. Это, в свою очередь, способствует более глубокому пониманию механических характеристик материалов и их реакции на внешние воздействия.*

Ключевые слова: закон Гука, количественная симметрия, теория представлений, анизотропия, линейная упругость.

Введение

Тензор упругости, тензор четвертого ранга, характеризует связь между напряжением и деформацией в линейно-упругом материале [1;2]. Согласно обобщенному закону Гука для однородного анизотропного тела, эта связь определяется как линейная корреляция между тензором напряжений второго ранга σij и тензором деформации ε_{kl}

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \tag{1}$$

Компоненты C обычно изменяются при базисном преобразовании. Однако некоторые преобразования дают комбинации компонентов, называемых инвариантами, которые остаются постоянными. Эти инварианты определяются на основе определенного набора преобразований, называемых групповой операцией. Например, инвариант для группы собственных ортогональных преобразований, обозначаемый как SO(3), сохраняет постоянное значение при любом трехмерном вращении.

Авторы работы [3] исследовали данную проблему, первоначально использовав для определения независимых инвариантов в двумерном и в трехмерном случаях.

В монографии [4] получены инвариантные соотношения, отражающие внутреннюю симметрию различных анизотропных сред. Автором доказано, что инвариантные соотношения имеют место для уравнений упругих, электромагнитных волн в различных кристаллах, а также отражают общие свойства решений уравнений движения.

Определение инвариантов имеет первостепенное значение в механике, особенно когда речь идет о реконструкции геометрических и механических свойств материала. Эти инварианты позволяют описывать внутреннюю структуру материала и его отклик на различные внешние воздействия, что особенно важно для материалов с анизотропными или сложными свойствами. Ряд исследователей [5;6;7;8;9;10;11;12;13] предложили методы для определения инвариантов тензора упругости в трехмерном пространстве.

В рамках этой статьи мы применяем обобщенное представление Кельвина для параметризации тензора напряжений. Это позволяет существенно упростить процесс анализа, а также сделать его более наглядным, что особенно полезно для определения воздействия на тензор упругости. Такой подход дает возможность глубже изучить механические свойства различных материалов и их поведение при внешних нагрузках, включая напряжения и деформации. Понимание инвариантов тензора упругости помогает улучшить прогнозирование поведения материалов в сложных условиях эксплуатации, что имеет прикладное значение в таких областях, как инженерия, материаловедение и проектирование новых материалов с заданными свойствами.

Материалы и методы

Здесь описывается подход, используемый для определения инвариантов путем воздействия элемента SO(3) на тензор упругости.

Закон Гука и представление Кельвина

Орбиты пространства тензора упругости $S^2S^2R^3$ под действием SO(3) на R^3 описываются E, когда для линейного представления:

$$C' = \rho(r)C$$

где

$$E = \left\{ C' \in E(3) \middle| \exists r \in SO(3), C' = \rho(r)C \right\}$$

В классической линейной упругости закон Гука гласит, что σ=Cε. Этот закон может быть представлен представлением Фойгта и Кельвина. Обозначение Фойгта не существенно для базового исследования симметрий. Следовательно, мы применим представление Кельвина [10; 11], в котором выражение для C имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & \sqrt{2}C_{1123} & \sqrt{2}C_{1113} & \sqrt{2}C_{1112} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & \sqrt{2}C_{2223} & \sqrt{2}C_{2213} & \sqrt{2}C_{2212} \\ C_{1133} & C_{3322} & C_{3333} & \sqrt{2}C_{3323} & \sqrt{2}C_{3313} & \sqrt{2}C_{3312} \\ \sqrt{2}C_{2311} & \sqrt{2}C_{2322} & \sqrt{2}C_{2333} & 2C_{2323} & 2C_{2313} & 2C_{2312} \\ \sqrt{2}C_{1311} & \sqrt{2}C_{1322} & \sqrt{2}C_{1333} & 2C_{1323} & 2C_{1313} & 2C_{1312} \\ \sqrt{2}C_{1211} & \sqrt{2}C_{1222} & \sqrt{2}C_{1233} & 2C_{1223} & 2C_{1213} & 2C_{1212} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Используя представление в терминах Кельвина и заменяя обозначение тензора напряжений σ на s, можем получить следующую универсальную форму:

$$\begin{cases} s_{ij} = \sigma_{ij} \text{ для } i = 1,2,3,\dots,d \\ s_{\left(3+\frac{d(d+1)}{2}-(i+j)\right)} = \sqrt{2}\sigma_{ij} \text{ для } i,j = 1,2,3,\dots,d, with\ i < j \end{cases} \quad (3)$$

Так для d=3 мы имеем:

$$s_1 = \sigma_{11}; s_2 = \sigma_{22}; s_3 = \sigma_{33}; s_4 = \sqrt{2}\sigma_{23};$$
$$s_5 = \sqrt{2}\sigma_{13}; s_6 = \sqrt{2}\sigma_{12}$$

Результаты и обсуждение

Параметризация тензора напряжений

Поворот на угол θ применяется к тензору напряжений вдоль оси Z в трёхмерном пространстве. Согласно Монтегетти [15] и Эйлеру [16], матрица поворота r_θ имеет следующий вид:

$$r_\theta = \begin{pmatrix} cos\theta & sin\theta & 0 \\ -sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Далее пишем $\sigma' = r_\theta^t \sigma r_\theta$, мы можем написать $\sigma' = R^{'}\sigma$ с:

$$\begin{pmatrix} cos^2\theta & sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & 2sin\theta cos\theta \\ sin^2\theta & cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & -2sin\theta cos\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\theta & -sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & sin\theta & cos\theta & 0 \\ -sin\theta cos\theta & sin\theta cos\theta & 0 & 0 & 0 & cos^2\theta - sin^2\theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Рассматривая соотношение (2) таким же образом, имеем:

$$s_1' = \sigma_{11}'; s_2' = \sigma_{22}'; s_3' = \sigma_{33}'; s_4' = \sigma_{23}';$$
$$s_5' = \sigma_{13}';\ s_6' = \sigma_{12}'$$

Элементы S’ имеют вид:

$$\begin{cases} s_1' = \sigma_{11}' = s_1 cos^2\theta + \sqrt{2} s_6 cos\theta sin\theta + s_2 sin^2\theta \\ s_2' = \sigma_{22}' = s_1 sin^2\theta - \sqrt{2} s_6 cos\theta sin\theta + s_2 cos^2\theta \\ s_3' = \sigma_{33}' = s_3 \\ s_4' = \sqrt{2}\sigma_{23}' = s_4 cos\theta - s_5 sin\theta \\ s_5' = \sqrt{2}\sigma_{13}' = s_4 sin\theta + s_5 cos\theta \\ s_6' = \sqrt{2}\sigma_{12}', \\ s_6' = -\sqrt{2}(s_4 - s_5) cos\theta sin\theta + s_6(cos^2\theta - sin^2\theta) \end{cases} \tag{6}$$

как функция от. Что приводит к (7), где элементы s’ являются функцией θ и 2θ:

$$\begin{cases} s_1' = \frac{s_1+s_2}{2} + \frac{s_1-s_2}{2} cos2\theta + \frac{s_6}{\sqrt{2}} sin2\theta \\ s_2' = \frac{s_1+s_2}{2} - \frac{s_1-s_2}{2} cos2\theta - \frac{s_6}{\sqrt{2}} sin2\theta \\ s_3' = s_3 \\ s_4' = s_4 cos\theta - s_5 sin\theta \\ s_5' = s_4 sin\theta + s_5 cos\theta \\ s_6' = \frac{-1}{\sqrt{2}}(s_1 - s_2) sin2\theta + s_6 cos2\theta \end{cases} \tag{7}$$

Следующим шагом является использование следующих параметров в старой и преобразованной ортогональных системах координат:

$$\begin{cases} p = \frac{s_1+s_2}{\sqrt{2}}; k = \frac{s_1-s_2}{\sqrt{2}} \\ p' = \frac{s_1'+s_2'}{\sqrt{2}}; k' = \frac{s_1'-s_2'}{\sqrt{2}} \end{cases} \tag{8}$$

Делаем некоторые перестановки и переходим к $s(s_1, s_2, s_3, s_5, s_6)$ в $ss*(pp, kk, ss_6, ss_4, ss_5, ss_3)$, в новой сформированной базе $(ee_1, ee_2, ee_6, ee_4, ee_5, ee_3)$:

$$s^* = Ps \tag{9}$$

В новой базе элементы s’ задаются как $s^{*'} = Rs^*$, где R:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos2\theta & sin2\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -sin2\theta & cos2\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\theta & -sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (10)$$

Вдоль оси e^1 мы имеем один инвариант (p), (s_3) вдоль оси e6, $(q_1)^2$ сформировано как e_2 и e_3 и $(q_2)^2$ сформировао как e_4 и e_5. Первые два представляют собой прямые, тогда как последние два описывают окружности Мора с радиусом q_1 и $(1/\sqrt{2})q_2$ соответственно.

Мы также проверяем, что R является матрицей вращения: det(R) = 1 и $R^t = R$.

Именно эту матрицу вращения R мы будем использовать в последующем.

Модификации и разложение тензора упругости

По аналогии с представлением Кельвина положим $C_{IJ} = C_{ijkl}$. Учитывая перестановки, выполненные в (7), перепишем C согласно закону Гука:

$$s = Ce$$

где s — тензор напряжений, C — упругость, e — тензор деформаций. Из уравнения (8) выведем следующее:

$$C^* = P^{-1}CP \qquad (11)$$

где:

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P^{-1}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Получаем новый тензор упругости, который мы записали C*. Пусть сейчас $\check{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{C}^*$ с $\check{C}_{ij} = C^*_{ij}$. В дальнейшем будет использоваться упрощенная форма тензора упругости, представляемая здесь.

Действие R над Č

Действие R над Č дает:

$$\check{C} = R^t \check{C} \boldsymbol{R} \tag{12}$$

Запишем R в следующей сокращенной форме:

$$R = \begin{pmatrix} R_{2\theta} & 0_3 \\ 0_3 & r_\theta \end{pmatrix}$$

$$R^t = \begin{pmatrix} R^t_{2\theta} & 0_3 \\ 0_3 & r^t_\theta \end{pmatrix}$$

$$\check{C} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \\ C^t_2 & C_3 \end{pmatrix}$$

Эта сокращенная форма помогает нам упростить расчет, и мы получаем:

$$\check{C}' = \begin{pmatrix} R^t_{2\theta} C_1 R_{2\theta} & R^t_{2\theta} C_1 r_\theta \\ r^t_{2\theta} C^t_2 R_{2\theta} & r^t_\theta C_3 r_\theta \end{pmatrix} \tag{13}$$

Обозначим $C'_1 = R^t_{2\theta} C_1 R_{2\theta}$, $C'_2 = r^t_{2\theta} C^t_2 R_{2\theta}$, $C'^t_2 = R^t_{2\theta} C_1 r_\theta$ и $C'_3 = r^t_\theta C_3 r_\theta$ Мы можем переписать в виде:

$$\check{C}' = \begin{pmatrix} C'_1 & C'^t_2 \\ C'_2 & C'_3 \end{pmatrix} \tag{14}$$

Мы видим, что $\check{C}'$ делится на три группы, связанные C'_1 C'_2 $'$ преобразование каждой группы не связано с другими.

с , и C_3

Видно, что тензор C делится на шесть групп по Тингу [8]. Проанализировав данные, он обнаружил, что инварианты некоторых групп состоят из компонентов, связанных с различными группами C_k для k=1,2,3,...,6. Важно отметить, что другие исследователи использовали то же самое разложение, что и Тинг, но выражали преобразования явно, а не в матричном виде.

В следующей статье мы попытаемся определить инварианты каждого преобразования по отдельности. Для каждого компонента $\check{C}^{\wedge\prime}$ у нас есть шесть независимых инвариантов.

Выводы

Таким образом, мы определили вращение SO(3), которое позволило выявить восемнадцать независимых инвариантов в декартовой системе координат, подтверждая их существование как глобальных инвариантов. При рассмотрении типов материалов, соответствующих каждому инварианту, мы сосредоточились на изотропном случае, что продемонстрировало потенциал этих инвариантов для классификации материалов. Интересным направлением дальнейших исследований будет предоставление механической интерпретации и завершение классификации на основе обнаруженных инвариантов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 **Cowin S.** Properties of the anisotropic elasticity tensor, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. – 2009. – P. 249–266.

2 **Hehl F. W., Itin Y.** The Cauchy Relations in Linear Elasticity Theory, Journal of elasticity and the physical science of solids. – 2012. – P. 185–192.

3 **De Saxé G., Vallee C.** Invariant Measures of the Lack of Symmetry with Respect to the Symmetry Groups of 2D Elasticity Tensors, J Elast. – 2012. – P. 21–39.

4 **Tleukenov S. K.** Matricant Method. Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing. – 2014. – 157 p.

5 **Atchonouglo K., de Saxcé G., Ban M.** 2d elasticity tensor invariants, invariants definite positive criteria, Advances in Mathematics: Scientific Journal. – 2021. – P. 2999–3012.

6 **Ahmad M.** Invariants and structural invariants of the anisotropic elasticity tensor, Q. Jl Mech. Appl. Math. – 2022. – P. 597–606.

7 **Norris A.** Quadratic invariants of elastic moduli, Q. Jl Mech. Appl. Math. – 2017. – P. 367–389.

8 **Desmorat R. and others.** Minimal functional bases for elasticity tensor symmetry classes, Journal of Elasticity. – 2022.

9 **Ting T.** Invariants of anisotropic elastic constants, The Quarterly Journal

of Mechanics and Applied Mathematics. – 2010. – P. 431–448.

10 **Thomson W. and Kelvin B.** Mathematical and Physical Papers. Elasticity, Heat, Electro-Magnetism (Paperback). – 2016. – P. 548.

11 Thomson W. Elements of a Mathematical Theory of Elasticity, «Philosophical Transactions». – 2009. – P. 481–498.

12 **Kurmanov A. A., Ispulov N. A., Abdul Qadir and others.** Propagation Of Electromagnetic Waves In Stationary Anisotropic Media, Physica Scripta, 96, Number of article: 085505. – 2021. – https://doi.org/10.1088/1402-4896/abfe87

13 **Ispulov N. A., Akhmetsafin M. R.** On non-classical boundary conditions of non-rigid contact during the propagation of thermoelastic waves in anisotropic medium of tetragonal syngony. Bulletin of Toraighyrov University Physics, Mathematics & Computer Science series – № 1 – 2023. – P. 81–95. – https://doi.org/10.48081/XEYZ6093

14 **Ispulov N. A., Ospanova Zh. D., Kapenova M. M., Sultanova M. Zh.** On reflection coefficients of thermoelastic waves at the boundaries of isotropic and anisotropic media. Bulletin of Toraighyrov University Physics, Mathematics & Computer Science series – №4 – 2023. – P. 74–87. – https://doi.org/10.48081/XEYZ609310.48081/DLRG9115

15 **Monteghetti F.** Quaternions, orientation et mouvement, [Rapport de recherche] ISAE-SUPAERO, hal–01618257. – 2012.

16 **Euler L.** Problema algebraicum ob affectiones prorsus singulars memorabile, Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae. – 1771. – P. 75–106.

Поступило в редакцию 06.09.24.
Поступило с исправлениями 09.09.24.
Принято в печать 20.09.2024.

***Абдул Қадыр*[1], **Н. А. Испулов*[2], *А. А. Кисабекова*[3],**
***Р. М. Каримова*[4], *А. Ж. Жумабеков*[5]**
[1]Шукур бизнес әкімшілік университеті, Пәкістан, Шукур
[2,5]Торайғыров университеті, Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.,
[3,4]Ә. Марғұлан атындағы Павлодар педагогикалық университеті, Қазақстан Республикасы, Павлодар қ.
06.09.24 ж. баспаға түсті.
09.09.24 ж. түзетулерімен түсті.
20.09.24 ж. басып шығаруға қабылданды.

АНИЗОТРОПТЫҚ ОРТАЛАРДАҒЫ ҮШ ӨЛШЕМДІ СЕРПІМДІЛІК ТЕНЗОРЫ ТУРАЛЫ

Салыстырмалы шамалар үшін Гук заңының формуласы σ=Eε түрінде өрнектеледі. Бұл пішінде ол кез келген шағын көлемдегі материал үшін жарамды. Кернеу тензоры σ және деформация тензоры ε болатын классикалық сызықтық серпімділік облысында Гук заңының жалпыланған түрі $\sigma ij=C_{ijkl\varepsilon kl}$ түрінде берілген, мұнда төртінші ретті тензор $C=(C_{ijkl})$ серпімділік тензоры ретінде белгілі. Бұл тензор серіппелі тұрақты k ұғымын айтарлықтай кеңейтеді, оны күрделірек, көп өлшемді жүйелерге қолданады, бұл әртүрлі материалдардың механикалық қасиеттерін дәлірек сипаттауға мүмкіндік береді. Серіппе тұрақтысы қарапайым серіппенің әрекетін сипаттаса, серпімді тензор материалдардағы әлдеқайда күрделі және көп компонентті өзара әрекеттесулерді түсіруге қабілетті. Бұл серпімді тензорлардың инварианттары күрделі контексттерде «серіппелі қаттылық» түсінігін тиімді түрде жалпылайтын және кеңейтетін материалдардың негізгі механикалық қасиеттерін қамтиды. Бұл мақалада біз кернеу тензорын параметрлеу үшін жалпылама Кельвин көрінісін қолданамыз, бұл икемділік тензорындағы әрекетті анықтау процесін айтарлықтай жеңілдетеді және айқынырақ етеді. Бұл өз кезегінде материалдардың механикалық сипаттамаларын және олардың сыртқы әсерлерге реакциясын тереңірек түсінуге ықпал етеді.

Кілтті сөздер: Гук заңы, сандық симметрия, өкілдік теориясы, анизотропия, сызықтық серпімділік.

***Abdul Qadir*[1], * *N. A. Ispulov*[2], *A. A. Kissabekova*[3],**
***R. M. Karimova4, A. Zh. Zhumabekov*[5]**
[1]Sukkur IBA University, Pakistan, Sukkur
[2,5]Toraighyrov University, Republic of Kazakhstan, Pavlodar
[3,4]Margulan University, Kazakhstan of Republic, Pavlodar
Received 06.09.24.
Received in revised form 09.09.24.
Accepted for publication 20.09.24.

ABOUT THE THREE-DIMENSIONAL ELASTICITY TENSOR IN ANISOTROPIC MEDIA

The formula of Hooke's law for relative quantities is expressed as σ=Eε. In this form, it is valid for any small volumes of material. In the realm of classical linear elasticity, with the stress tensor σ and the strain *tensor ε, the generalized form of Hooke's Law is given by* $\sigma ij=C_{ijkl\varepsilon kl}$*, where the fourth-order tensor* $C=(C_{ijkl})$ *is known as the elasticity tensor. This tensor significantly extends the concept of the spring constant k by applying it to more complex, multidimensional systems, which allows for a more accurate description of the mechanical properties of various materials. While the spring constant describes the behavior of a simple spring, the elasticity tensor is able to capture much more complex and multi-component interactions in materials. Invariants of these elasticity tensors encapsulate key mechanical properties of materials, effectively generalizing and complementing the concept of «spring stiffness» in complex contexts. In this paper, we apply the generalized Kelvin representation to parameterize the stress tensor, which significantly simplifies and makes more intuitive the process of defining the action on the elasticity tensor. This, in turn, facilitates a deeper understanding of the mechanical properties of materials and their response to external influences.*

Keywords: Hooke's Law, quantifying symmetry, representation theory, anisotropy, linear elasticity.

Теруге 09.09.2024 ж. жіберілді. Басуға 30.09.2024 ж. қол қойылды.
Электрондық баспа
7,50 Mb RAM
Шартты баспа табағы 10,01. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген: Е. Е. Калихан
Корректор: А. Р. Омарова, М. М. Нугманова
Тапсырыс № 4280

Сдано в набор 09.09.2024 г. Подписано в печать 30.09.2024 г.
Электронное издание
7,50 Mb RAM
Усл.печ.л. 10,01. Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка Е. Е. Калихан
Корректор: А. Р. Омарова, М. М. Нугманова
Заказ № 4280

«Toraighyrov University» баспасынан басылып шығарылған
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.

«Toraighyrov University» баспасы
«Торайғыров университеті» КЕ АҚ
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
+7(718)267-36-69

e-mail: kereku@tou.edu.kz
www.vestnik.tou.edu.kz
https://vestnik-pm.tou.edu.kz/