

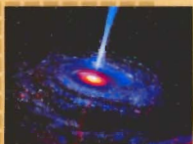
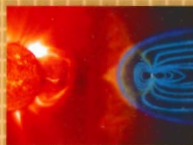
ISSN 1811-1807

# ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ



С. ТҰРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ  
ПАВЛОДАР МЕМАКЕТТІК  
УНИВЕРСИТЕТІ

## ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ



2' 2016

# ПМУ ХАБАРШЫСЫ ВЕСТНИК ПГУ

---

**С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетінің  
ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**

**Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова**

# **ПМУ ХАБАРШЫСЫ**

**Физика-математикалық сериясы**

**1997 жылдан бастап шығады**



# **ВЕСТНИК ПГУ**

**Физико-математическая серия**

**Издается с 1997 года**

**№2 (2016)**

---

**Павлодар**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**  
**Павлодарского государственного университета имени С. Торайгырова**

**Физико-математическая серия**

выходит 4 раза в год

---

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о постановке на учет средства массовой информации

№ 14213-Ж

выдано

Министерством культуры, информации и общественного согласия  
Республики Казахстан

---

**Бас редакторы – главный редактор**

Тлеуменов С. К.

*доктор ф.-м.н., профессор*

Заместитель главного редактора

Испулов Н. А., *к.ф.-м.н., доцент*

Ответственный секретарь

Сыздыкова А. Т.

**Редакция алқасы – Редакционная коллегия**

Отелбаев М. О., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*

Уалиев Г. У., *д.ф.-м.н., профессор, академик НАН РК*

Рахмон А. Х., *PhD (Пакистан)*

Ткаченко И. М., *д.ф.-м.н., профессор(Испания)*

Демкин В. П., *д.ф.-м.н., профессор(Россия)*

Бактыбаев К. Б., *д.ф.-м.н., профессор*

Кумеков С. Е., *д.ф.-м.н., профессор*

Куралбаев З., *д.ф.-м.н., профессор*

Оспанов К. Н., *д.ф.-м.н., профессор*

Нургожина Б. В., *технический редактор*

---

За достоверность материалов и рекламы ответственность несут авторы и рекламодатели

Редакция оставляет за собой право на отклонение материалов

При использовании материалов журнала ссылка на «Вестник ПГУ» обязательна

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

**Дроботун Б. Н., Катлабуга А. Д.**

О концепции «Уравнение над произвольными алгебраическими системами» (I).....7

**Дроботун Б. Н., Катлабуга А. Д.**

О концепции «Уравнение над произвольными алгебраическими системами» (II).....22

**Жумашева Д. Р., Сегизбаева Р. У.**

Разделимость обобщенной системы Коши-Римана в пространстве  $L_2(E)$ ...33

**Исин М. Е., Урумбаев Б. К.**

Математические методы исследования эластичности функций спроса по доходу.....39

### ФИЗИКА

**Украинец В. Н., Гирнис С. Р., Кошанова К. М.**

Влияние параметров движущейся в тоннеле периодической нагрузки на напряжённо-деформированное состояние породного массива.....45

### ИНФОРМАТИКА

**Ирманова А. А., Оспанова Н. Н.**

Геоинформационная система города Павлодара.....53

### НАУЧНО-МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОТРАСЛЯМ

**Глеукинов С. К., Альжанов А. Б.**

Технология SnapMirror в системах хранения данных NetApp.....64

**Ануарбеков Д. Б., Улихина Ю. В.**

Веб технологии в разработке веб сайтов.....69

**Будкова О. Б., Будкова В. О., Павлюк Ин. И.**

О когнитивно-визуальном подходе к формированию знаний, умений и навыков в процессе обучения математике.....73

**Горчаков Л. В., Жумабеков А. Ж.**

Удаленное управление сцинтилляционным счетчиком.....78

**Талипов С. Н.**

Средства обеспечения информационной безопасности для персонального компьютера и мобильных устройств.....83

Правила для авторов.....89

Секция  
«ФИЗИКА»

УДК 539.3+624.195

**В. Н. Украинец<sup>1</sup>, С. Р. Гурнис<sup>2</sup>, К. М. Кошанова<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>д.т.н., профессор, <sup>2</sup>к.т.н., ассоц. профессор, <sup>3</sup>магистрант  
Павлодарский государственный университет имени С. Торайгырова,  
г. Павлодар  
e-mail: <sup>1</sup>vitnikukr@mail.ru

**ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖУЩЕЙСЯ  
В ТОННЕЛЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ  
НА НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ  
СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА**

*На основе решения задачи о действии подвижной периодической нагрузки на бесконечно длинную круговую полость в упругом полупространстве исследуется влияние скорости движения и периода данной нагрузки на реакцию породного массива, окружающего неподкрепленный тоннель.*

*Ключевые слова: тоннель, подвижная нагрузка, напряженно-деформированное состояние.*

**ВВЕДЕНИЕ**

Бегущая по тоннелю нагрузка создаёт колебания в окружающем её породном массиве. Возникающие при этом деформации и напряжения в значительной мере зависят от вида и параметров нагрузки, а также от глубины заложения тоннеля. В данной работе на модельной задаче исследуется влияние скорости движения и периода бегущей в неподкрепленном тоннеле периодической нагрузки на напряженно-деформированное состояние (НДС) окружающего массива.

**ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

1. Постановка и аналитическое решение задачи. Используя модельный подход, представим неподкрепленный тоннель в виде круговой цилиндрической полости радиусом  $R$  в линейно-упругом, однородном и изотропном полупространстве с параметрами Ламе  $\lambda$ ,  $\mu$  и плотностью  $\rho$ . Пусть в декартовой системе координат ось  $z$  совпадает с осью полости,

параллельной свободной от нагрузок плоской границе полупространства, а ось  $x$  перпендикулярна к этой границе:  $x \leq h$ , где  $h$  – расстояние от оси полости до границы полупространства.

В направлении оси полости по её поверхности движется с постоянной скоростью с нагрузка  $P$ :

$$\sigma_{ij}|_{r=h} = P_j(\theta, \eta), \quad j = r, \theta, \eta, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений в среде,  $P_j(\theta, \eta)$  – составляющие интенсивности подвижной нагрузки  $P$  в подвижной цилиндрической системе координат  $r, \theta, \eta = z - ct$ .

Так как граница полупространства свободна от нагрузок, то, при  $x = h$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xy} = \sigma_{x\eta} = 0 \quad (2)$$

Движение полупространства описывается динамическими уравнениями теории упругости

$$\left( \frac{1}{M_p^2} - \frac{1}{M_s^2} \right) \text{grad div } \mathbf{u} + \frac{1}{M_s^2} \nabla^2 \mathbf{u} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial \eta^2}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор смещения упругой среды;  $M_p = c/c_p$ ,  $M_s = c/c_s$  – числа Маха;  $c_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ ,  $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$  – скорости распространения волн расширения – сжатия и сдвига в среде.

Преобразуем уравнение (3), выразив вектор смещения упругой среды через потенциалы Ламе [1]

$$\mathbf{u} = \text{grad } \varphi_1 + \text{rot}(\varphi_2 \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\varphi_3 \mathbf{e}_\eta). \quad (4)$$

где  $\mathbf{e}_\eta$  – орт оси  $\eta$ .

Из (3) и (4) следует, что потенциалы  $\varphi_j$  удовлетворяют видоизменённым волновым уравнениям

$$\nabla^2 \varphi_j = M_j^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial \eta^2}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Здесь  $M_1 = M_p$ ,  $M_2 = M_3 = M_s$ .

Рассмотрим периодическую задачу, когда подвижная нагрузка периодична по  $\eta$  и представима в виде

$$P_j(\theta, \eta) = p_j(\theta) e^{i\xi \eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta.$$

Потенциалы  $\varphi_j$  также будем искать в виде периодических функций по  $\eta$

$$\varphi_j(r, \theta, \eta) = \Phi_j(r, \theta) e^{i\xi \eta}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), получим видоизменённые уравнения Гельмгольца:

$$\nabla_2^2 \Phi_j - m_j^2 \xi^2 \Phi_j = 0, \quad j = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Здесь  $\nabla_2^2$  – двумерный оператор Лапласа,  $m_j^2 = 1 - M_j^2$ ,  $m_1 \equiv m_p$ ,  $m_2 = m_3 \equiv m_s$ .

Представив компоненты напряжённо-деформированного состояния среды через потенциалы Ламе можно получить выражения для перемещений  $u_i$  и напряжений  $\sigma_{im}$  в декартовой ( $l = x, y, z, m = x, y, z$ ) и цилиндрической ( $l = r, \theta, z, m = r, \theta, z$ ) системах координат как функции от  $\Phi_j$ . Для определения компонент НДС массива нужно найти  $\Phi_j$ .

Предположим, что скорость нагрузки меньше скорости распространения волн сдвига в окружающей полости среде. В этом случае  $M_s < 1$  ( $m_s > 0$ ), и решения уравнений (7) можно представить в виде [2]

$$\Phi_j = \Phi_j^{(1)} + \Phi_j^{(2)},$$

$$\Phi_j^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_j r) e^{in\theta}, \quad (8)$$

$$\Phi_j^{(2)} = \int_{-f}^f g_j(\xi, \zeta) \exp\left(in\xi + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_j^2}\right) d\xi.$$

где  $K_n(k_j r)$  – функции Макдональда,  $k_j = m_j \xi$ ;  $a_{nj}$ ,  $g_j(\xi, \zeta)$ , – неизвестные коэффициенты и функции, подлежащие определению.

Как показано в [2], представление потенциалов в форме (8) с использованием условий (1) и (2), при скоростях нагрузки меньших, чем скорость волны Рэлея  $c_R$  в рассматриваемой среде, приводит к системам линейных алгебраических уравнений с определителями  $\Delta_n(\xi, \zeta)$  относительно неизвестных коэффициентов  $a_{nj}$ , для решения которых может быть использован метод последовательных отражений. Если определители  $\Delta_n(\xi, \zeta)$  не равны нулю, определив коэффициенты  $a_{nj}$ , можно вычислить компоненты напряжённо-деформированного состояния среды.

Как показали исследования указанных определителей, их обращение в ноль возможно только при скоростях нагрузки не меньшей, чем скорость рэлеевской волны.

2. Численные эксперименты. Исследуем влияние скорости движения  $s$  и периода  $T = 2\pi/\xi$  нормальной осесимметричной периодической нагрузки с амплитудой  $P_A$ , оказывающей давление на поверхность тоннеля в области начала подвижной системы координат, на НДС массива различных пород в окрестности тоннеля. В качестве примера рассмотрим тоннель радиусом один метр, проходящий на глубине два метра ( $h/R = 2,0$ ). Для исследований возьмём породы, механические свойства которых существенно отличаются друг от друга:

- а) гранит –  $\lambda = 2,99 \times 104$  МПа,  $\mu = 3,185 \times 104$  МПа,  $\rho = 2,6 \times 103$  кг/м<sup>3</sup>;
- б) алевролит –  $\lambda = 1,688 \times 103$  МПа,  $\mu = 2,532 \times 103$  МПа,  $\rho = 2,5 \times 103$  кг/м<sup>3</sup>;
- в) насыпные грунты –  $\lambda = 1,561 \times 102$  МПа,  $\mu = 1,0935 \times 102$  МПа,  $\rho = 1,5 \times 103$  кг/м<sup>3</sup>.

На рисунке 1 изображены кривые, показывающие в метрах зависимость максимального прогиба  $u_x^* = ux\mu/PA$  земной поверхности (амплитуды колебаний земной поверхности в вертикальной плоскости) от периода  $T$  при разных скоростях нагрузки, движущейся в массиве алеволита. Кривая 1 соответствует скорости движения нагрузки  $c = 100$  м/с, 2 –  $c = 400$  м/с, 3 –  $c = 600$  м/с.

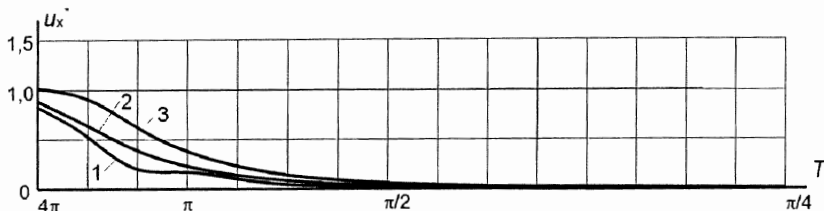


Рисунок 1 – Зависимость максимального прогиба земной поверхности от периода нагрузки при разных её скоростях

Из рисунка следует, что с увеличением скорости заметное возрастание прогибов наблюдается только при  $\pi/2 \text{ м} \leq T \leq 4\pi \text{ м}$ . В интервале  $\pi/4 \text{ м} \leq T \leq \pi/2 \text{ м}$  с уменьшением периода  $T$  прогибы становятся меньше, и при  $T = \pi/4 \text{ м}$ , то есть при  $T/h = 0,4$ , они, как и другие компоненты НДС земной поверхности, практически равны нулю для всех рассматриваемых скоростей движения нагрузки. В этом случае земная поверхность не оказывает существенного влияния на НДС массива и такой тоннель можно рассматривать как тоннель глубокого заложения (заглубленный тоннель). При дальнейшем уменьшении периода ( $T/h < 0,4$ ), как показали проведенные для разных скоростей движения нагрузки расчёты, от земной поверхности начинает образовываться уже целая область массива с нулевыми компонентами, которая при достаточно малом периоде охватывает весь массив, за исключением небольшой толщины слоя вокруг тоннеля.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, земная поверхность оказывает неодинаковое влияние на НДС тоннеля неглубокого заложения при действии движущихся нагрузок с разными периодами. При больших периодах это влияние довольно существенное, и с увеличением скорости движения нагрузки усиливается. С уменьшением периода нагрузки влияние земной поверхности становится менее заметным, и при весьма малых периодах – неощутимым, независимо от скорости её движения.



Для иллюстрации выше сказанного в таблицах 1-3 приведены результаты расчётов НДС контура поперечного сечения тоннеля в массиве алевролита (таблица 1), гранита (таблица 2) и насыпных грунтов (таблица 3). Контур сечения тоннеля рассматривался в координатной плоскости  $xу$ . Период нагрузки  $T = \pi/4$  м. Числа Маха  $MR$  для всех пород  $-0,9$ . В таблицах приняты следующие обозначения:

$$\sigma_{rr}^* = \sigma_{rr}/P_A, s_{\theta\theta}^* = s_{\theta\theta}/P_A, \sigma_{\eta\eta}^* = \sigma_{\eta\eta}/P_A, u_r^* = u_r\mu/P_A \text{ (м)}.$$

Таблица 1

$h/R$	Комп. НДС	$\varphi$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	0,252	0,251	0,250	0,249	0,249	0,249	0,249
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,222	-0,218	-0,216	-0,217	-0,217	-0,217	-0,217
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-3,114	-3,096	-3,079	-3,077	-3,075	-3,077	-3,077
>>1	$u_r^*$	0,249	0,249	0,249	0,249	0,249	0,249	0,249
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,217	-0,217	-0,217	-0,217	-0,217	-0,217	-0,217
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-3,077	-3,077	-3,077	-3,077	-3,077	-3,077	-3,077

Таблица 2

$h/R$	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	0,242	0,241	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,388	-0,384	-0,381	-0,382	-0,382	-0,382	-0,382
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-3,080	-3,062	-3,045	-3,043	-3,041	-3,043	-3,043
>>1	$u_r^*$	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,382	-0,382	-0,382	-0,382	-0,382	-0,382	-0,382
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-3,042	-3,042	-3,042	-3,042	-3,042	-3,042	-3,042

Таблица 3

$h/R$	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	0,229	0,228	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,590	-0,585	-0,581	-0,582	-0,582	-0,582	-0,582
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-3,016	-2,999	-2,982	-2,980	-2,978	-2,980	-2,980
>>1	$u_r^*$	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	-0,582	-0,582	-0,582	-0,582	-0,582	-0,582	-0,582
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-2,980	-2,980	-2,980	-2,980	-2,980	-2,980	-2,980

Как видно из таблиц, даже при близкой скорости движущейся нагрузки с данным периодом к скорости релейской волны, отличия в значениях одноимённых компонент НДС исследуемого контура заглубленного тоннеля ( $h/R \gg 1$ ) и тоннеля глубиной заложения два метра невелики для любой рассматриваемой породы. При более низких скоростях разницы в значениях компонент нет.

Иная картина наблюдается при движении нагрузки с большим периодом. Результаты расчётов тоннелей при периоде нагрузки  $T = 4$  м и небольшом для всех пород числе Маха  $M_R = 0,1$ , помещены в таблицы 4-6.

Из анализа полученных результатов следует, что даже при низких скоростях движения нагрузки, отличия в значениях сравниваемых выше компонент НДС поперечного сечения тоннеля, за исключением отдельных компонент в некоторых его точках, довольно существенны. С увеличением скорости эта тенденция усиливается.

Таблица 4 – Компоненты НДС контура поперечного сечения тоннеля в массиве алеврита

$h/R$	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	1,015	0,876	0,604	0,413	0,364	0,397	0,421
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,854	1,085	1,397	1,393	1,133	0,835	0,713
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-0,342	-0,281	-0,190	-0,159	-0,186	-0,233	-0,253
>>1	$u_r^*$	0,452	0,452	0,452	0,452	0,452	0,452	0,452
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,841	0,841	0,841	0,841	0,841	0,841	0,841
	$\sigma_{\eta\eta}^*$	-0,218	-0,218	-0,218	-0,218	-0,218	-0,218	-0,218

Таблица 5 – Компоненты НДС контура поперечного сечения тоннеля в массиве гранита

$h/R$	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	1,018	0,874	0,601	0,418	0,366	0,389	0,410
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,798	1,081	1,421	1,374	1,112	0,826	0,699
	$\sigma_{\varphi\varphi}^*$	-0,381	-0,294	-0,183	-0,156	-0,190	-0,245	-0,269
>>1	$u_r^*$	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450	0,450
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,819	0,819	0,819	0,819	0,819	0,819	0,819
	$\sigma_{\varphi\varphi}^*$	-0,229	-0,229	-0,229	-0,229	-0,229	-0,229	-0,229

Таблица 6 – Компоненты НДС контура поперечного сечения тоннеля в массиве насыпных грунтов

$h/R$	Комп. НДС	$q$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
2,0	$u_r^*$	1,011	0,870	0,600	0,412	0,361	0,386	0,404
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,758	1,053	1,409	1,389	1,104	0,784	0,670
	$\sigma_{\varphi\varphi}^*$	-0,425	-0,317	-0,173	-0,139	-0,184	-0,257	-0,288
>>1	$u_r^*$	0,446	0,446	0,446	0,446	0,446	0,446	0,446
	$\sigma_{rr}^*$	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000
	$\sigma_{\theta\theta}^*$	0,789	0,789	0,789	0,789	0,789	0,789	0,789
	$\sigma_{\varphi\varphi}^*$	-0,244	-0,244	-0,244	-0,244	-0,244	-0,244	-0,244

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Гузь Л. И., Кубенко В. Д., Черевко М. А. Дифракция упругих волн. – Киев : Наукова думка, 1978. – 308 с.

2 Ержанов Ж. С., Айталиев Ш. М., Алексеева Л. А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата : Наука, 1989. – 240 с.

Материал поступил в редакцию 20.05.16.

*V. N. Ukrainets, S. R. Girnis, K. M. Koshanova*

**Жыныс массивтің кернеулі-деформациялық күйіне тоннель ішінде жылжытын периодты жүктеме параметрлерінің әрекеті**

С. Торайғыров атындағы  
Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар қ.  
Материал 20.05.16 редакцияға түсті.

*V. N. Ukrainets, S. R. Girnis, K. M. Koshanova*

**Influence of parameters of a periodic load moving in the tense-deformed conditions of the massif**

S. Toraihyrov Pavlodar State University, Pavlodar.  
Material received on 20.05.16.

*Серпімді жартылай кеңістікте орналасқан шексіз ұзындығы дөңгелек қуысына жылжытын периодты жүктеменің әрекеті туралы есебінің шешімі негізінде аталған жүктеменің қозғалыс жылдамдығы мен периодтың күшейтілмеген тоннельдің қоршаған жыныс массивтің реакциясының әрекеті зерттелген.*

*There is investigated the influence of velocity and the period of the load on the reaction of the massif surrounding unsupported tunnel on the basis of solving the problem about mobile load operation on infinitely long circular cavity in elastic half-space.*