ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ХАБАРЛАРЫ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Серия
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

6. 2013

ISSN 1991-346X

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ХАБАРЛАРЫ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

NEWS

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА СЕРИЯСЫ

♦

СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

♦

SERIES OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL

6 (292)

ҚАРАША – ЖЕЛТОҚСАН 2013 ж.
НОЯБРЬ – ДЕКАБРЬ 2013 г.
NOVEMBER – DECEMBER 2013

1963 ЖЫЛДЫҢ ҚАҢТАР АЙЫНАН ШЫҒА БАСТАҒАН
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА
PUBLISHED SINCE JANUARY 1963

ЖЫЛЫНА 6 РЕТ ШЫҒАДЫ
ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД
PUBLISHED 6 TIMES A YEAR

АЛМАТЫ, ҚР ҰҒА
АЛМАТЫ, НАН РК
ALMATY, NAS RK

«Известия НАН РК. Серия физико-математическая» I SSN 1991-346X
Собственник: РОО «Национальная академия наук Республики Казахстан» (г. Алматы)
Свидетельство о постановке на учет периодического печатного издания в Комитете информации и архивов Министерства культуры и информации Республики Казахстан **№5543-Ж**, выданное 01.06.2006 г.

Периодичность: 6 раз в год.
Тираж: 3000 экземпляров.

Адрес редакции: 050010, г. Алматы, ул. Шевченко, 28, ком. 219, 220, тел.: 272-13-19, 272-13-18 www:akademiyanauk.kz
Адрес типографии: ИП «Аруна», г. Алматы, ул. Муратбаева, 75.

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретическая физика

Физика атомного ядра и элементарных частиц

Физика плазмы, газов и жидкостей

Физика твердого тела и нелинейная физика

Теоретические и экспериментальные исследования

Юбилейные даты

УДК 539.3 + 65.035(076.2)

В. Н. УКРАИНЕЦ [1], *С. Р. ГИРНИС* [1], *М. М. АХМЕТЖАНОВА* [2]

([1]Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова, Павлодар, Республика Казахстан,
[2]Институт математики и математического моделирования МОН РК, Алматы, Республика Казахстан)

ВОЗДЕЙСТВИЕ НА ЗЕМНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ДВИЖУЩЕЙСЯ В ТОННЕЛЕ СКРУЧИВАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ

Аннотация. На основе математического моделирования исследуется воздействие на земную поверхность равномерно движущейся в круговом тоннеле скручивающей нагрузки (подобное воздействие может возникнуть при неравенстве динамических нагрузок, передаваемых на каждый из рельсов, уложенных в тоннеле цилиндрической формы). Анализ результатов расчётов проводится на основании представленных в работе графиков компонент напряженно-деформированного состояния земной поверхности.

Ключевые слова: тоннель, подвижная нагрузка, напряженно-деформированное состояние.

Тірек сөздер: тоннель, жылжымалы жүктеме, кернеу-деформациялық күйі.

Keywords: tunnel, moving load, the stress-strain state.

1. Постановка и решение задачи. Для исследований используется модельный подход: тоннель представляется как бесконечная круговая цилиндрическая полость радиусом R, расположенная в упругом, однородном и изотропном полупространстве с параметрами Ламе λ, μ и плотностью ρ. Пусть в декартовой системе координат ось z совпадает с осью полости, параллельной свободной от нагрузок плоской границе полупространства, а ось x перпендикулярна к этой границе: $x \le h$, где h – расстояние от оси полости до границы полупространства (земной поверхности).

В направлении оси z по поверхности полости движется с постоянной скоростью c скручивающая нагрузка P:

$$\sigma_{rr}\big|_{r=R} = 0,\ \ \sigma_{r\theta}\big|_{r=R} = P, \quad \sigma_{r\eta}\big|_{r=R} = 0, \tag{1}$$

где $r,\theta,\eta=z-ct$ – подвижная цилиндрическая система координат; σ_{rj} – компоненты тензора напряжений в среде, $j = r,\theta,\eta$.

Так как граница полупространства свободна от нагрузок, то при $x = h$:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xy} = \sigma_{x\eta} = 0. \tag{2}$$

Движение полупространства описывается динамическими уравнениями теории упругости в подвижной системе координат:

$$\left(\frac{1}{M_p^2}-\frac{1}{M_s^2}\right)\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{u}+\frac{1}{M_s^2}\nabla^2\mathbf{u}=\frac{\partial^2\mathbf{u}}{\partial\eta^2}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{u}$ – вектор смещения упругой среды; $M_p = c/c_p$, $M_s = c/c_s$ – числа Маха, $c_p = \sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$, $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в среде, $\lambda = 2\mu\nu/(1-2\nu)$, μ – модуль сдвига, ν – коэффициент Пуассона, ρ – плотность; ∇^2 – оператор Лапласа.

Вектор смещения упругой среды выражается через потенциалы Ламе [1]:

$$\mathbf{u}=\operatorname{grad}\phi_1+\operatorname{rot}[\phi_2\mathbf{e}_\eta + \operatorname{rot}(\phi_3\mathbf{e}_\eta)], \tag{4}$$

где $\mathbf{e}_\eta$ – орт оси η.

Из (3) и (4) следует, что потенциалы φ_j удовлетворяют видоизменённым волновым уравнениям:

$$\nabla^2\varphi_j = M_j^2\frac{\partial^2\varphi_j}{\partial\eta^2},\ j=1,2,3. \tag{5}$$

Здесь $M_1 = M_p$, $M_2 = M_3 = M_s$.

Для решения задачи вначале можно рассмотреть действие на поверхность полости подвижной скручивающей нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты и изменяющуюся вдоль оси η синусоидально:

$$P(\theta,\eta)=p(\theta)e^{i\xi\eta},\quad p(\theta)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}P_n e^{in\theta},\quad j=r,\theta,\eta. \tag{6}$$

Так как рассматривается установившийся процесс, потенциалы φ_j также представимы в виде (6):

$$\varphi_j(r,\theta,\eta)=\Phi_j(r,\theta)e^{i\xi\eta}. \tag{7}$$

Из (5) и (7) следует:

$$\nabla_2^2\Phi_j-m_j^2\xi^2\Phi_j=0,\ j=1,2,3, \tag{8}$$

где ∇_2^2 – двумерный оператор Лапласа, $m_j^2=1-M_j^2$, $m_1\equiv m_p$, $m_2=m_3\equiv m_s$.

Выразив компоненты НДС среды через потенциалы Ламе с учётом (7), можно получить выражения для компонент перемещений u_l^* и напряжений σ_{lm}^* от синусоидальной нагрузки в декартовой (l=x,y,η, m=x,y,η) и цилиндрической (l=r,θ,η, m=r,θ,η) системах координат как функции от Φ_j.

Если ввести ограничение на скорость движения нагрузки, принимая её меньше скорости распространения волн сдвига в окружающей полость среде (что соответствует скорости движения внутритоннельного транспорта), то тогда $M_s<1$ ($m_2=m_3=m_s>0$) и решения уравнений (8) можно представить через суперпозиции поверхностных цилиндрических $\Phi_j^{(1)}$ и плоских $\Phi_j^{(2)}$ волн

$$\Phi_j=\Phi_j^{(1)}+\Phi_j^{(2)}, \tag{9}$$

где

$$\Phi_j^{(1)}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nj}K_n(k_jr)e^{in\theta},\ \Phi_j^{(2)}=\int_{-\infty}^{\infty}g_j(\xi,\zeta)\exp\left(iy\zeta+(x-h)\sqrt{\zeta^2+k_j^2}\right)d\zeta.$$

Здесь $K_n(k_jr)$ – функции Макдональда, $k_j=|m_j\xi|$; $g_j(\xi,\zeta)$, a_{nj} – неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению.

Как показано в статье [2], представление потенциалов в форме (9) приводит к следующим выражениям для Φ_j в декартовой системе координат:

$$\Phi_j=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nj}\Phi_{nj}+g_j(\xi,\zeta)e^{(x-h)f_j}\right]e^{iy\zeta}d\zeta, \tag{10}$$

где

$$f_j=\sqrt{\zeta^2+k_j^2},\quad \Phi_{nj}=\left(\frac{\zeta+f_j}{k_j}\right)^n,\quad j=1,2,3.$$

Функции $g_j(\xi,\zeta)$ выражаются через коэффициенты a_{nj} из граничных условий (2), переписанных для σ_{xj}^* с учётом (10). Для этого следует выделить коэффициенты при $e^{iy\zeta}$ и приравнять, в силу произвольности y, их нулю. Тогда:

$$g_j(\xi,\zeta)=\sum_{k=1}^{3}\frac{\Delta_{jk}^*}{\Delta_*}e^{-hf_k}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nk}\Phi_{nk}. \tag{11}$$

Здесь $\Delta_*=\left(2\rho_*^2-\beta^2\right)^2-4\rho_*^2\sqrt{\rho_*^2-\alpha^2}\sqrt{\rho_*^2-\beta^2}$, $\alpha=M_p\xi$, $\beta=M_s\xi$, $\rho_*^2=\xi^2+\zeta^2$, вид алгебраических дополнений Δ_{jk}^* определён в [2]. Там же показано, что определитель Рэлея $\Delta_*(\rho_*)$ не обращается в ноль на действительной оси, если $M_R<1$, или $c<c_R$. Здесь $M_R=c/c_R$ –

число Маха, c_R – скорость поверхностной волны Рэлея ($c_R < c_s$) в данной среде. В этом случае для вычислений интегралов (10) можно воспользоваться одним из численных методов интегрирования, предварительно определив коэффициенты a_{nj}.

Для дорэлеевской скорости движения нагрузки соотношения (10) перепишутся в виде

$$\Phi_j = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{e^{-xf_j}}{2f_j}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nj}\Phi_{nj} + e^{(x-h)f_j}\sum_{k=1}^{3}\frac{\Delta^*_{jk}}{\Delta_*}e^{-hf_k}\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_{nk}\Phi_{nk}\right]e^{iy\zeta}d\zeta.$$

Если воспользоваться разложением $e^{ikr\cos\theta} = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(kr)e^{in\theta}$, то можно представить (9), используя соотношения (11), в цилиндрической системе координат для $c<c_R$:

$$\Phi_j = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(a_{nj}K_n(k_j r) + b_{nj}I_n(k_j r)\right)e^{in\theta},$$

где

$$b_{nj} = \sum_{k=1}^{3}\sum_{m=-\infty}^{\infty}a_{mk}A_{nj}^{mk},$$

$$A_{nj}^{mk} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Delta^*_{jk}}{\Delta_*}\Phi_{mk}\Phi_{nj}e^{-h(f_k+f_j)}d\zeta.$$

Коэффициенты a_{nj} находятся из переписанных для σ^*_{rj} с учётом (6) граничных условий (1). При приравнивании коэффициентов рядов Фурье-Бесселя при $e^{in\theta}$, получается бесконечная система линейных алгебраических уравнений, решение которой позволяет определить реакцию полупространства на движущуюся синусоидальную скручивающую нагрузку. Причём, как показывают исследования, определитель данной системы может обращаться в ноль только при $c \geq c_R$.

Зная решение задачи для синусоидальной нагрузки, реакцию полупространства на движущуюся с дорэлеевской скоростью апериодическую (локальную) скручивающую нагрузку характерного для транспортных средств типа $P(\theta,\eta) = p(\theta)p(\eta)$ можно получить при помощи суперпозиции, используя представление нагрузки и компонент НДС среды в виде интегралов Фурье

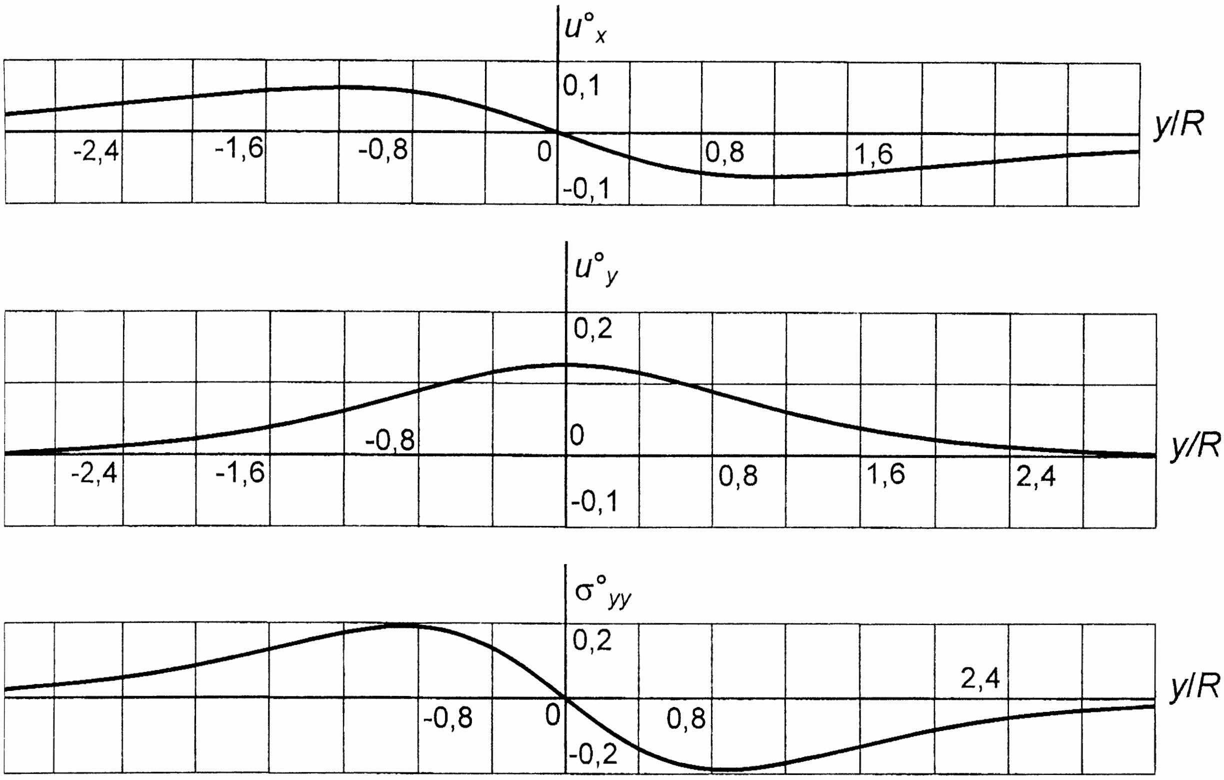
$$P(\theta,\eta) = p(\theta)p(\eta) = p(\theta)\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}p^*(\xi)e^{i\xi\eta}d\xi,\quad p^*(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty}p(\eta)e^{-i\xi\eta}d\eta;$$

$$u_l(\eta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}u_l^*(\xi)p^*(\xi)d\xi,\quad \sigma_{lm}(\eta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\sigma^*_{lm}(\xi)p^*(\xi)d\xi.$$

Окончательное решение будет зависеть от конкретного вида движущейся скручивающей нагрузки.

2. Анализ результатов расчёта. Для количественной оценки динамического воздействия на земную поверхность скручивающей подвижной нагрузки исследуется круговой цилиндрический тоннель радиусом R=1м и глубиной заложения h=2R в массиве алевролита (λ = 1,688·10^3 МПа, μ = 2,532·10^3 МПа, ρ = 2,5·10^3 кг/м^3, s_P = 1643,4 м/с, c_S = 1006,4 м/с, c_R = 917 м/с). Осесимметричная скручивающая нагрузка, приложенная в интервале $|\eta| \leq 0{,}2R$, движется по поверхности тоннеля с постоянной скоростью c=100м/с. Интенсивность нагрузки подбиралась таким образом, чтобы общая нагрузка по всей длине участка нагружения равнялась сосредоточенной кольцевой скручивающей нагрузке интенсивностью P°.

Результат воздействия нагрузки на земную поверхность показан на рисунке, где в координатной плоскости xy приведены кривые изменения перемещений $u_x^\circ = u_x\mu / P^\circ$ (м), $u_y^\circ = u_y\mu / P^\circ$ (м) и нормальных напряжений $\sigma_{yy}^\circ = \sigma_{yy} / P^\circ$.



Изменения компонент НДС земной поверхности в плоскости *xy*

Как следует из анализа поведения кривых, экстремальные прогибы u_x земной поверхности и экстремальные нормальные напряжения σ_{yy} имеют место при $|y| \approx 0{,}8R$, а максимальное горизонтальное смещение u_y – при y=0 (u_x и σ_{yy} здесь равны нулю). С увеличением $|y|$ перемещения и напряжения быстро затухают, и при $|y| \approx 3R$ динамическое воздействие нагрузки на земную поверхность практически неощутимо.

Работа выполнена при поддержке гранта 0898/ГФ2, 0112РК02221 МОН РК.

ЛИТЕРАТУРА

1 Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

2 Украинец В.Н. Реакция упругого полупространства на бегущую вдоль оси периодическую нагрузку // Математический журнал. – 2005. – № 3. – С. 96-102.

REFERENCES

1 Novackij B. Theory of elasticity. M.: Mir, 1975. 96. 102 s. (in Russ.)

2 Ukrainets V.N. The elastic half-space reaction at periodic load running along the axis. Mathematical Journal. 2005. № 3. S. 96-102.

Резюме

В. Н. Украинец[1], С. Р. Гирнис[1], М. М. Ахметжанова[2]

([1]С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университеті, Павлодар, Қазақстан Республикасы,
[2]ҚР БҒМ Математика және математикалық үлгілеу институты, Алматы қ.)

ТОННЕЛЬ ІШІНДЕГІ ЖЫЛЖЫМАЛЫ БҰРАЛУ ЖҮКТЕМЕНІҢ ЖЕР БЕТІНЕ ӘСЕРІ

Шеңбер тоннельдің ішінде бір қалыпты жылжымалы бұрау жүктеменің жер бетіне әсері математикалық үлгілеу негізінде зерттелді (сондай әрекеті цилиндрлік пішін тоннельде орналасқан әр рельске келетін динамикалық жүктеме теңсіздік болғанда пайда болуы мүмкін). Есеп нәтижелері жер бетінің кернеу-деформациялық күйінің компоненттер графиктері негізінде талданған.

Тірек сөздер: тоннель, жылжымалы жүктеме, кернеу-деформациялық күйі.

Summary

V. N. Ukrainets[1], S. R. Girnis[1], M. M. Ahmetzanova[2]

([1]Pavlodar state university of S. Toraigyrov, Pavlodar, Republic of Kazakhstan,
[2]Institute of mathematics of the Ministry of Education And Science of The Republic of Kazakhstan, Almaty)

IMPACT ON THE TERRESTRIAL SURFACE
OF TWISTING LOADING MOVING IN THE TUNNEL

On the basis of mathematical modeling impact on a terrestrial surface of twisting loading evenly moving in a circular tunnel (similar influence can arise at an inequality of the dynamic loadings transferred to each of rails, laid in a tunnel of a cylindrical form) is investigated. The analysis of results of calculations is carried out on the basis of the schedules presented in work a component intense the deformed condition of a terrestrial surface.

Keywords*:* tunnel, running load, critical velocities, tense-deformed condition.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 539.3:622.24

А. К. КУДАЙБЕРГЕНОВ, АСХ. К. КУДАЙБЕРГЕНОВ, Л. А. ХАДЖИЕВА

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СЖАТО-СКРУЧЕННОЙ БУРОВОЙ ШТАНГИ

Аннотация. Исследуется динамика буровых штанг, применяемых для бурения нефтяных и газовых скважин. Рассмотрен случай вращающейся буровой штанги, подверженной действию осевой нагрузки и крутящего момента. Предложена численная модель сжато-скрученной буровой штанги. При решении использован метод, основанный на понижении порядка дифференциальных уравнений в частных производных с помощью введения новых переменных. Изучено влияние параметров штанги на амплитуду ее поперечных колебаний.

Ключевые слова: буровая штанга, динамическая модель, поперечные колебания, явная схема.

Тірек сөздер: бұрғылау қарнағы, серпінді үлгі, көлденең ауытқулар, айқын сызба.

Keywords: boring bar, dynamic model, cross fluctuations, explicit scheme.

Известно, что эффективность работы буровых машин во многом зависит от несущей способности буровых штанг. При увеличении длины буровая штанга становится гибкой и неспособной передавать усилия на долото, необходимые для разрушения горных пород. Потеря прямолинейной формы оси штанги может привести к колебательным процессам. В связи с этим изучение устойчивости, прочности и колебаний буровых штанг имеет как научный, так и практический интерес.

Целью работы является исследование динамической модели поперечных колебаний сжато-скрученной буровой штанги неглубинного бурения с распределенными параметрами и ее численная дискретизация.

Рассматривается вращательное движение буровой штанги под действием сжимающего продольного усилия $N(t)$ и крутящего момента $M(t)$. Исследуются ее поперечные колебания. Колебания полагаются малыми. Вращающаяся сжато-скрученная буровая штанга рассматривается как одномерный стержень длиной l, динамическая модель которого представлена как: