

ISSN 1680-080X

Қазақ бас  
сәулет-құрылымы  
академиясы



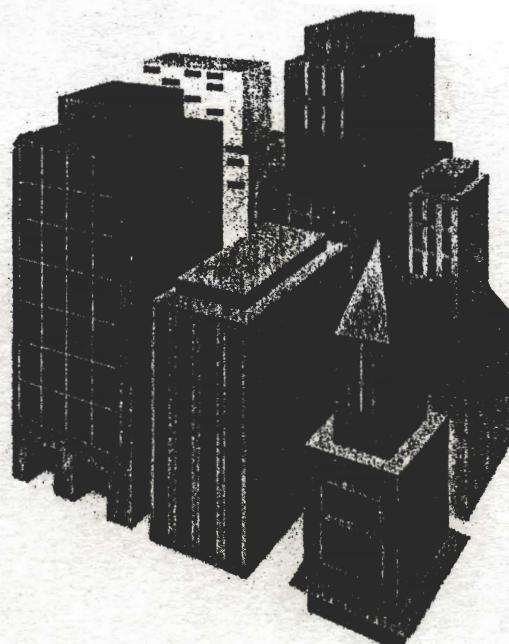
Казахская головная  
архитектурно-строительная  
академия

# ХАБАРШЫ

ҒЫЛЫМЫ ЖУРНАЛ

# ВЕСТНИК

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ



3-4(45-46)

АЛМАТА 2012

ISSN 1680-080X

Регистрационный №1438-Ж  
Основан в 2001 году

№3-4 (45-46) 2012  
Выходит 4 раза в год

---

---

## Ғылыми журнал

Қазақ бас сәулет-құрылыс академиясының  
**ХАБАРШЫСЫ**



## ВЕСТИК

Казахской головной архитектурно-строительной академии

## Научный журнал



Бас редакторы  
Ә.А. Құсайнов,  
КазБСҚА президенті,  
техника ғылымының  
докторы, профессор

Главный редактор  
А.А. Кусаинов,  
президент КазГАСА,  
доктор технических  
наук, профессор

**Редакция алқасы – Редакционный совет**

*Заместитель главного редактора –*  
Г.Б. Ибраимбаева, канд. техн. наук, ассоц. профессор

**Члены редакционного совета:**

1. Сагыбекова А.О., канд. техн. наук, ассоц. проф. ФОС
2. Касенов К.М., канд. техн. наук, акад. проф. ФСТИМ
3. Байтепов Э.М., доктор архитектуры, ассоц. проф. ФА
4. Сабитов А.Р., доктор архитектуры, акад. проф. ФД
5. Бакиров К.К., канд. техн. наук, ассоц. проф. ФОС
6. Ибраимбаева Г.Б., канд. техн. наук, ассоц. проф. ФСТИМ
7. Пляк О.Ю., канд. техн. наук, акад. проф. ФСТИМ
8. Тойбаев Д.К., докт. техн. наук, ассоц. проф. ФСТИМ
9. Медиева Г.А., канд. экон. наук, ассоц.проф. ФСТИМ
10. Буганова С.Н., канд. техн. наук, ассоц. проф. ФОЕНП
11. Нурмахова Ж.К., канд. пед.наук, ассоц. проф. ФОГП
12. Есимханова А.Е., редактор ИД

# СОДЕРЖАНИЕ

## АРХИТЕКТУРА И ДИЗАЙН

<b>Андреева И.В., Балыкбаев Б.Т.</b> О необходимости досуговых комплексов в условиях современного мира .....	6
<b>Бейсембай М.</b> Подземная магистраль Алматы .....	8
<b>Василенко А.Б.</b> Историко-культурные предпосылки развития архитектурных концепций формирования экологической световой среды ...	11
<b>Грицаенко В.С., Хоровецкая Е.М.</b> Формирование световой архитектуры посредством новых технологий .....	17
<b>Еспенбет А.С.</b> Павлодар каласының сәүлет өнерінің алғашкы даму кезеңдері (XVIII – XX ғ. басы).....	22
<b>Золотухина Е.И.</b> Опыт преподавания темы «Ландшафтный дизайн» в практике дизайн образования .....	25
<b>Касымбекова М.Б., Глаудинов Б.А.</b> Характерные особенности архитектуры мечетей Казахстана .....	30
<b>Кебиров А.</b> Планировочные особенности городища Талгар (VIII-XIII вв.) ..	34
<b>Кисамедин Г.М.</b> Устремленная ввысь центральная мечеть им. Машхура Жусупа в Павлодаре на 1500 мест. 2001 г. ....	39
<b>Мантари迪 О.В.</b> Алгоритмический подход в преподавании Инженерной графики в техническом вузе.....	46
<b>Мухамбеткалиева Р.У.</b> Использование эскизов и набросков в обучении студентов-дизайнеров .....	50
<b>Мухина В.К.</b> Художественный образ – форма отражения и познания действительности .....	53
<b>Пиримжаров М.Х.</b> Модель самообразовательной деятельности студентов – будущих архитекторов .....	56
<b>Петров Ю.С.</b> Проблемы проектирования машиностроительных заводов на современном этапе .....	63
<b>Ребковец Е.Ю., Хоровецкая Е.М.</b> Перспективы развития зон отдыха в условиях Северного Казахстана .....	66
<b>Рысбеков С.С.</b> Организация новых пространств школьного здания .....	71
<b>Тесленко В.А.</b> Композиция «тактильной зоны» и ее особенности в исторической части города Харькова .....	73
<b>Хоровецкая Е.М.</b> Светодекоративная организация жилой среды города на современном этапе .....	81
<b>Чикноверова К.В.</b> Цифровая графика в социальной рекламе в Казахстане .	87
<b>Шапрова Г.Г.</b> Разработка заданий по Компьютерной графике .....	92

## СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И МАТЕРИАЛЫ

<b>Аймагамбетов К.Г., Мурзабекова К.А.</b> Совершенствование работы станции примыкания и подъездного пути .....	96
---	----

<b>Бакиров К.К.</b> Сжатые железобетонные элементы с поперечным сетчатым армированием и продольной арматурой различных классов .....	98
<b>Гирнис С.Р., Кудерин М.К., Украинец В.Н.</b> Реакция перегонного тоннеля метрополитена глубокого заложения на транспортную нагрузку при различных конструкциях обделки .....	101
<b>Калиев Р.Т.</b> Пленка ETFE – материал будущего .....	107
<b>Камбаров М.Ә., Тасполатов Н.К.</b> Тік цилиндрлі резервуар қабырғасындағы ойықты ақаулардың оның беріктігіне әсерін бағалау.....	114
<b>Кенесбаева А., Орынбасарова Э.О.</b> О методах геодинамического мониторинга месторождений углеводородов .....	118
<b>Кузембаева Т.Б., Карпыков С.С.</b> Современные методы подводного бетонирования .....	122
<b>Кумар Б.К., Макашев Е.Б.</b> Проблемы развития и методы по улучшению эксплуатационной надежности подземного хранилища газа .....	126
<b>Махамбетов Б.Т., Сагыбекова А.О.</b> Эффективные методы защиты зданий и сооружений в районах повышенной сейсмической опасности.....	129
<b>Нуржумаев О.Н., Нугманов Ж., Достихунов А.</b> Численное моделирование процесса отражения продольной волны от свободной границы разномодульного массива горных пород .....	133
<b>Тлеулесов А.К., Украинец В.Н., Кудерин М.К., Гирнис С.Р.</b> Влияние параметров бегущей по внутренней поверхности двухслойной оболочки периодической нагрузки в упругом полупространстве на окружающий массив .....	136
<b>Тулебаев К.Р.</b> О собственных колебаниях нити конечной жесткости (направляющей) мембранных покрытия .....	145
<b>Тулентаев К.Б., Утетляев А.Е., Мурзабекова К.А.</b> Транспортный фактор – важный компонент внешней торговли .....	151
<b>Шаймарданов Р.Р., Мурзабекова К.А.</b> Методика определения расходов и доходов малодеятельных железнодорожных линий .....	154

## ИНЖЕНЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И ЭКОЛОГИЯ

<b>Балтиева А.А.</b> Управление потоком знаний у студентов специальности «Геодезия и картография».....	158
<b>Воробьев А.Е., Аникин А.В.</b> Аудит минерально-сырьевой базы ЗАО «Васильевский рудник» (Россия) .....	162
<b>Джартаева Д.К.</b> Ускорение процесса осаждения в горизонтальном отстойнике .....	169
<b>Мусина У.Ш., Курбанова Л.С., Барт А., Тунгатарова А.А.</b> Анализ экологических сложностей месторождения Кашаган .....	172
<b>Мырзахметов М.М., Рыскулбекова Л.М.</b> Основные требования к составам и свойствам сточных вод, используемых для орошения .....	178
<b>Пяк О.Ю., Алиев Б.З.</b> Применение гелиоустановок для систем отопления и горячего водоснабжения .....	182

УДК 539.3

**Тлеулесов А.К.**, ст. преп., **Украинец В.Н.**, д.т.н., профессор,  
**Кудерин М.К.**, д.т.н., профессор, **Гирнис С.Р.**, к.т.н., доцент,  
ПГУ им. С. Торайгырова, г. Павлодар

## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ БЕГУЩЕЙ ПО ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ДВУХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ НА ОКРУЖАЮЩИЙ МАССИВ

*Получено точное аналитическое решение задачи о действии подвижной периодической нагрузки на двухслойную оболочку в упругом полупространстве. Для описания толстого внутреннего слоя оболочки используются динамические уравнения теории упругости, колебания тонкого наружного слоя описываются классическими уравнениями теории тонких оболочек в подвижной системе координат. Решение основывается на методе неполного разделения переменных. Проведен численный анализ влияния скорости и периода движущейся в оболочке синусоидальной нагрузки на напряженно-деформированное состояние окружающего ее массива.*

*Серпінді жартылай кеңістікте екі қабатты қабықшага қозғалмалы мерзімдік жүктеменің әрекеті туралы есептің нақты аналитикалық шешімі шығарылды. Қабықшаның жуан ішкі қабатты сипаттау үшін серпінділік теорияның динамикалық теңдеулер қолданылады, жіңішке сыртқы қабаттың тербелісі координаттардың қозғалмалы жүйесінде жіңішке қабықша теорияның классикалық теңдеулермен сипатталады. Шешім айнымалылардың толық емес болінуінің әдісіне негізделген. Қабықша ішіндегі қозғалмалы синусоидтік жүктеменің қоршаган массивтің кернеу-деформациялық күйіне жылдамдық пен периодтың әрекетін сандық талдау өткізілген.*

*The exact analytical decision of a problem on action of mobile periodic loading on a two-layer shall in elastic half-space is received. For the description of a thick inside layer of a shall the dynamic equations of the theory of elasticity are used, fluctuations of a thin external layer are described by the classical equations of the theory of thin shells in mobile system of coordinates. The decision is based on a method of incomplete division of variables. On the basis of solved problem about an action of mobile periodic load on thin-walled circular cylindrical cover in elastic half-space, the numerical analysis of influence of velocity and the period moving in the shell of sinusoidal load on the tense-deformed condition of surrounding massif it is made.*

Рассмотрим в линейно-упругом, однородном и изотропном полупространстве, отнесенном к декартовой ( $x, y, z$ ) или цилиндрической ( $r, \theta, z$ ) неподвижной системе координат, бесконечно длинную круговую цилиндрическую двух-

слойную оболочку, наружным слоем которой является тонкостенная упругая оболочка толщиной  $h_0$  и радиусом срединной поверхности  $R_1$ , а внутренним – толстая упругая оболочка с радиусом внутренней поверхности  $R_2$  (рис. 1). В силу малости  $h_0$  принимаем, что тонкостенная оболочка контактирует с толстой оболочкой и окружающей упругой средой (массивом) вдоль своей срединной поверхности. Условимся внутренний слой двухслойной оболочки называть несущим слоем, а наружный слой – ограждающим слоем. Контакт между слоями оболочки, а также контакт между ограждающим слоем и массивом будем полагать жёстким.

Пусть на внутреннюю поверхность оболочки действует периодическая по её оси нагрузка интенсивностью  $P$ , движущаяся с постоянной скоростью  $c$  в направлении оси  $z$ , а граница полупространства  $x = h$  свободна от нагрузок. Введём ограничение на величину скорости движения нагрузки, принимая её меньше скоростей распространения волн сдвига в несущем слое и массиве (до-звуковой случай). Физико-механические свойства материала массива и несущего слоя характеризуются следующими постоянными:  $\nu_k$ ,  $\mu_k$ ,  $\rho_k$ ;  $\nu_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\rho_1$ ;  $\nu_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\rho_2$ , где  $\nu_k$  – коэффициент Пуассона,  $\mu_k$  – модуль сдвига,  $\rho_k$  – плотность ( $k = 1, 2$ ). Здесь и в дальнейшем индекс  $k = 1$  относится к массиву, а  $k = 2$  – к несущему слою.

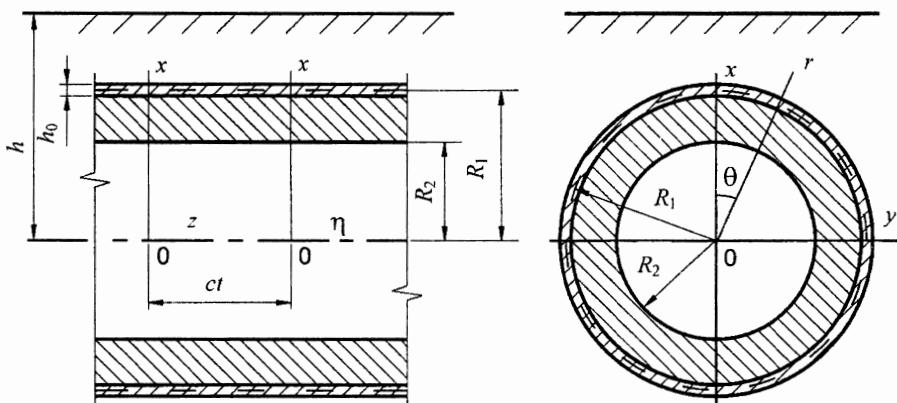


Рис. 1. Двухслойная оболочка в упругом полупространстве

Для описания движения массива и несущего слоя используем динамические уравнения теории упругости в подвижной системе координат  $\eta = z - ct$  [1]

$$(M_{pk}^{-2} - M_{sk}^{-2}) \text{grad} \operatorname{div} \mathbf{u}_k + M_{sk}^{-2} \nabla^2 \mathbf{u}_k = \partial^2 \mathbf{u}_k / \partial \eta^2, \quad k=1, 2, \quad (1)$$

где  $M_{pk} = c/c_{pk}$ ,  $M_{sk} = c/c_{sk}$  – числа Маха;  $c_{pk} = \sqrt{(\lambda_k + 2\mu_k)/\rho_k}$ ,  $c_{sk} = \sqrt{\mu_k/\rho_k}$  – скорости распространения волн расширения-сжатия и сдвига в массиве и несущем слое,  $\lambda_k = 2\mu_k\nu_k/(1-2\nu_k)$ ;  $\mathbf{u}_k$  – векторы смещений точек массива и несущего слоя,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа.

Для описания движения ограждающего слоя воспользуемся классическими уравнениями теории тонких оболочек, которые в подвижной системе координат имеют подобный [2] вид

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - \frac{(1-v_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \right] \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta^2} + \frac{1-v_0}{2R^2} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \theta^2} + \frac{1+v_0}{2R} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{v_0}{R} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \eta} = \frac{1-v_0}{2\mu_0 h_0} (q_{\eta 2} - q_{\eta 1}) \\ & \frac{1+v_0}{2R} \frac{\partial^2 u_{0\eta}}{\partial \eta \partial \theta} + \frac{(1-v_0)}{2} \left( 1 - \frac{\rho_0 c^2}{\mu_0} \right) \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 u_{0\theta}}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial u_{0r}}{\partial \theta} = \frac{1-v_0}{2\mu_0 h_0} (q_{\theta 2} - q_{\theta 1}), \\ & \frac{v_0}{R} \frac{\partial u_{0\eta}}{\partial \eta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial u_{0\theta}}{\partial \theta} + \frac{h_0^2}{12} \nabla^2 \nabla^2 u_{0r} + \frac{(1-v_0)\rho_0 c^2}{2\mu_0} \frac{\partial^2 u_{0r}}{\partial \eta^2} + \frac{u_{0r}}{R^2} = -\frac{1-v_0}{2\mu_0 h_0} (q_{r2} - q_{r1}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $R=R_1$ ;  $u_{0\eta}$ ,  $u_{0\theta}$ ,  $u_{0r}$  – перемещения точек срединной поверхности ограждающего слоя;  $v_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\rho_0$  – коэффициент Пуассона, модуль сдвига и плотность его материала;  $q_{j1} = \sigma_{\eta j1}|_{r=R_1}$ ,  $q_{j2} = \sigma_{\eta j2}|_{r=R_1}$  – составляющие реакции массива и несущего слоя,  $\sigma_{\eta j1}$ ,  $\sigma_{\eta j2}$  – компоненты тензоров напряжений в массиве и несущем слое,  $j = \eta, \theta, r$ .

Выражая  $u_k$  через потенциалы Ламе [1]

$$\mathbf{u}_k = \text{grad} \varphi_{1k} + \text{rot}(\varphi_{2k} \mathbf{e}_\eta) + \text{rot rot}(\varphi_{3k} \mathbf{e}_\eta), \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

преобразуем уравнения (1) к виду

$$\nabla^2 \varphi_{jk} = M_{jk}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{jk}}{\partial \eta^2}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{e}_\eta$  – орт оси  $\eta$ ,  $M_{1k} = M_{pk}$ ,  $M_{2k} = M_{3k} = M_{sk}$ .

Используя (3) и закон Гука, получаем выражения для компонент векторов  $\mathbf{u}_k$  и тензоров напряжений в массиве ( $k = 1$ ) и несущем слое ( $k = 2$ ) в подвижной цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned} u_{rk} &= \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \varphi_{3k}}{\partial \eta \partial r}, \\ u_{\eta k} &= \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \eta} + m_{sk}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{3k}}{\partial \eta^2}, \\ u_{\theta k} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \theta} - \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{3k}}{\partial \eta \partial \theta}; \\ \sigma_{\eta \eta k} &= (2\mu_k + \lambda_k M_{pk}^2) \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \eta^2} + 2\mu_k m_{sk}^2 \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial \eta^3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\theta\theta k} &= \lambda_k M_{pk}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \eta^2} + \frac{2\mu_k}{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial \theta^2 \partial \eta} + \frac{\partial^2 \varphi_{3k}}{\partial r \partial \eta} \right) \\
 \sigma_{rrk} &= \lambda_k M_{pk}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \eta^2} + 2\mu_k \left( \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \theta} + \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial r^2 \partial \eta} \right), \\
 \sigma_{r\eta k} &= \mu_k \left( 2 \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \eta \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial \theta \partial \eta} + (1 + m_{sk}^2) \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial \eta^2 \partial r} \right), \\
 \sigma_{\eta\theta k} &= \mu_k \left( \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \theta \partial \eta} - \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial r \partial \eta} + \frac{(1 + m_{sk}^2)}{r} \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial \theta \partial \eta^2} \right), \\
 \sigma_{r\theta k} &= 2\mu_k \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi_{1k}}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial r^2} - \frac{m_{sk}^2}{2} \frac{\partial^2 \varphi_{2k}}{\partial \eta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^3 \varphi_{3k}}{\partial r \partial \eta \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi_{3k}}{\partial \eta \partial \theta} \right),
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $m_{sk}^2 = 1 - M_{sk}^2$ .

В подвижных декартовых координатах выражения для компонент напряжённо-деформированного состояния (НДС) массива имеют вид:

$$\begin{aligned}
 u_{x1} &= \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{21}}{\partial y} + \frac{\partial^2 \varphi_{31}}{\partial x \partial \eta}, \quad u_{\eta 1} = \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial \eta} + m_{s1}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{31}}{\partial \eta^2}, \\
 u_{y1} &= \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_{21}}{\partial x} + \frac{\partial^2 \varphi_{31}}{\partial y \partial \eta}; \\
 \sigma_{\eta\eta 1} &= (2\mu_1 + \lambda_1 M_{p1}^2) \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial \eta^2} + 2\mu_1 m_{s1}^2 \frac{\partial^3 \varphi_{31}}{\partial \eta^3}, \\
 \sigma_{yy1} &= \lambda_1 M_{p1}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial \eta^2} + 2\mu_1 \left( \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi_{21}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 \varphi_{31}}{\partial y^2 \partial \eta} \right), \\
 \sigma_{xx1} &= \lambda_1 M_{p1}^2 \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial \eta^2} + 2\mu_1 \left( \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{21}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^3 \varphi_{31}}{\partial x^2 \partial \eta} \right), \\
 \sigma_{x\eta 1} &= \mu_1 \left( 2 \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial \eta \partial x} + \frac{\partial^2 \varphi_{21}}{\partial y \partial \eta} + (1 + m_{s1}^2) \frac{\partial^3 \varphi_{31}}{\partial \eta^2 \partial x} \right), \\
 \sigma_{\eta y 1} &= \mu_1 \left( 2 \frac{\partial^2 \varphi_{11}}{\partial y \partial \eta} - \frac{\partial^2 \varphi_{21}}{\partial x \partial \eta} + (1 + m_{s1}^2) \frac{\partial^3 \varphi_{31}}{\partial y \partial \eta^2} \right),
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\sigma_{xy1} = 2\mu_1 \left( \frac{\partial^2 \Phi_{11}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Phi_{21}}{\partial x^2} - \frac{m_{s1}^2}{2} \frac{\partial^2 \Phi_{21}}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^3 \Phi_{31}}{\partial x \partial y \partial \eta} \right).$$

Таким образом, для определения компонент НДС несущего слоя и массива необходимо решить уравнения (4), используя граничные условия.

Рассмотрим случай, когда подвижная нагрузка представима в виде синусоидальной нагрузки с произвольной зависимостью от угловой координаты

$$P(\theta, \eta) = p(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n e^{in\theta}, \quad (9)$$

$$P_j(\theta, \eta) = p_j(\theta) e^{i\xi\eta}, \quad p_j(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_{nj} e^{in\theta}, \quad j = r, \theta, \eta,$$

где константа  $\xi$  определяет период  $T = 2\pi/\xi$  действующей нагрузки,  $P_j(\theta, \eta)$  – составляющие интенсивности нагрузки  $P(\theta, \eta)$ .

Потенциалы  $\phi_{jk}$  будем искать в аналогичном виде:

$$\phi_{jk}(r, \theta, \eta) = \Phi_{jk}(r, \theta) e^{i\xi\eta}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (4), получим видоизменённые уравнения Гельмгольца:

$$\nabla_2^2 \Phi_{jk} - m_{jk}^2 \xi^2 \Phi_{jk} = 0, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \quad (11)$$

где  $m_{jk}^2 = 1 - M_{jk}^2$ ,  $m_{1k} \equiv m_{pk}$ ,  $m_{2k} = m_{3k} \equiv m_{sk}$ ,  $\nabla_2^2$  – двумерный оператор Лапласа.

Используя (10), из (5) – (8) можно получить выражения для перемещений  $u_{ik}$  и напряжений  $\sigma_{lmk}$  от синусоидальной нагрузки в цилиндрической ( $l, m = r, \theta, \eta; k = 1, 2$ ) и декартовой ( $l, m = x, y, \eta; k = 1$ ) системах координат как функции от  $\Phi_{jk}$ . Определим эти функции.

В дозвуковом случае  $M_{sk} < 1$  ( $m_{sk} > 0, k = 1, 2$ ), и решения уравнений (11) можно представить в виде [1]:

$$\Phi_{jk} = \Phi_{jk}^{(1)} + \Phi_{jk}^{(2)}, \quad j = 1, 2, 3, \quad k = 1, 2, \quad (12)$$

где:

- для массива

$$\Phi_{j1}^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} K_n(k_{j1} r) e^{in\theta}, \quad \Phi_{j1}^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \exp \left( iy\zeta + (x-h)\sqrt{\zeta^2 + k_{j1}^2} \right) d\zeta; \quad (13)$$

- для несущего слоя

$$\Phi_{j2}^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+3} K_n(k_{j2} r) e^{in\theta}, \quad \Phi_{j2}^{(2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj+6} I_n(k_{j2} r) e^{in\theta}. \quad (14)$$

Здесь  $I_n(k_j r)$ ,  $K_n(k_j r)$  – соответственно модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда,  $k_{j1} = |m_{j1}\xi|$ ,  $k_{j2} = |m_{j2}\xi|$ ,  $j = 1, 2, 3$ ;  $g_j(\xi, \zeta)$ ,  $a_{n1}, \dots, a_{n3}$  – неизвестные функции и коэффициенты, подлежащие определению.

Как показано в [1], представление потенциалов для полупространства в форме (12) приводит к их следующим выражениям в декартовой системе координат:

$$\Phi_{jl} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{e^{-x f_j}}{2 f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nl} + g_j(\xi, \zeta) e^{(x-h)f_j} \right] e^{iy\xi} d\xi, \quad (15)$$

где  $f_j = \sqrt{\xi^2 + k_{j1}^2}$ ,  $\Phi_{nj} = [(\zeta + f_j)/k_{j1}]^n$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Воспользуемся с учётом (15) граничными условиями на свободной от нагрузок поверхности полупространства:

$$\text{при } x = h \quad \sigma_{xx1} = \sigma_{xy1} = \sigma_{x\eta1} = 0. \quad (16)$$

Выделяя коэффициенты при  $e^{iy\xi}$  и приравнивая, в силу произвольности  $y$ , их нулю, получим систему трёх уравнений, из которой выражаем функции  $g_j(\xi, \zeta)$  через неизвестные коэффициенты  $a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}$ :

$$g_j(\xi, \zeta) = \frac{1}{\Delta_*} \sum_{l=1}^3 \Delta_{jl}^* e^{-hf_l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nl} \Phi_{nl}. \quad (17)$$

Вид определителя  $\Delta_*$  и алгебраических дополнений  $\Delta_{jl}^*$  совпадает с аналогичными определителями для неподкрепленной полости в упругом полупространстве и определён в [1]. В частности, здесь  $\Delta_*$  – это определитель Рэлея, который в данном случае имеет вид

$$\Delta^*(\xi, \zeta) = (2\rho_*^2 - M_{s1}^2 \xi^2)^2 - 4\rho_*^2 \sqrt{\rho_*^2 - M_{p1}^2 \xi^2} \sqrt{\rho_*^2 - M_{s1}^2 \xi^2}, \quad \rho_*^2 = \xi^2 + \zeta^2,$$

и не обращается в ноль при любых  $\zeta$ , если скорость бегущей нагрузки меньше скорости рэлеевской волны  $c_R$  в полупространстве. В противном случае в точках  $\zeta = \pm\zeta^* = \pm|\xi|\sqrt{M_R^2 - 1}$ ,  $M_R = c/c_R$  он обращается в ноль, и интегралы в формуле (15) становятся расходящимися. Следует отметить, что рэлеевская скорость  $c_R$  несколько ниже (на 5÷10%) скорости волн сдвига в массиве [3].

При дорэлеевских скоростях движения нагрузки ( $c < c_R$ ) потенциалы (15) можно представить в виде

$$\Phi_{jl} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{e^{-x f_j}}{2 f_j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nj} \Phi_{nl} + e^{(x-h)f_j} \sum_{l=1}^3 \frac{\Delta_{jl}^*}{\Delta_*} e^{-hf_l} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{nl} \Phi_{nl} \right] e^{iy\xi} d\xi. \quad (18)$$

Используя известное при  $x < h$  соотношение [1]

$$\exp(iy\xi + (x-h)\sqrt{\xi^2 + k_j^2}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(k_j r) e^{in\theta} \left[ (\zeta + \sqrt{\zeta^2 + k_j^2})/k_j \right]^n e^{-h\sqrt{\zeta^2 + k_j^2}},$$

представим  $\Phi_{j1}$  (12) в цилиндрической системе координат

$$\Phi_{j1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( a_{nj} K_n(k_{j1}r) + I_n(k_{j1}r) \int_{-\infty}^{\infty} g_j(\xi, \zeta) \Phi_{nj} e^{-hj_1} d\zeta \right) e^{jn\theta}. \quad (19)$$

Подставляя в последнее выражение из (17)  $g_j(\xi, \zeta)$ , для  $c < c_R$  получим

$$\Phi_{j1} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{nj} K_n(k_{j1}r) + b_{nj} I_n(k_{j1}r)) e^{jn\theta}, \quad (20)$$

$$\text{где } b_{nj} = \sum_{l=1}^3 \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{ml} A_{nj}^{ml}, \quad A_{nj}^{ml} = \int_{-\infty}^{\Delta_*} \frac{\Delta_{jl}}{\Delta_*} \Phi_{ml} \Phi_{nj} e^{-h(f_l + f_j)} d\zeta.$$

При действии на оболочку бегущей синусоидальной нагрузки, в установившемся состоянии зависимость всех величин от  $\eta$  имеет вид (9), поэтому

$$u_{0j}(\theta, \eta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{0nj} e^{jn\theta} e^{i\xi\eta}, \quad j = r, \theta, \eta. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (2), для  $n$ -го члена разложения получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 u_{0n\eta} + \nu_{02} n \xi_0 u_{0n\theta} - 2i\nu_0 \xi_0 u_{0nr} &= G_0 (q_{n\eta 2} - q_{n\eta 1}), \\ \nu_{02} n \xi_0 u_{0n\eta} + \varepsilon_2^2 u_{0n\theta} - 2inu_{0nr} &= G_0 (q_{n\theta 2} - q_{n\theta 1}), \end{aligned} \quad (22)$$

$$2i\nu_0 \xi_0 u_{0n\eta} + 2inu_{0n\theta} + \varepsilon_3^2 u_{0nr} = G_0 (q_{nr 2} - q_{nr 1}),$$

$$\text{где } \varepsilon_1^2 = \alpha_0^2 - \varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_2^2 = \beta_0^2 - \varepsilon_0^2, \quad \varepsilon_3^2 = \gamma_0^2 - \varepsilon_0^2, \quad \xi_0 = \xi R,$$

$$\alpha_0^2 = 2\xi_0^2 + \nu_{01} n^2, \quad \beta_0^2 = \nu_{01} \xi_0^2 + 2n^2, \quad \gamma_0^2 = \chi^2 (\xi_0^2 + n^2)^2 + 2, \quad \varepsilon_0^2 = \nu_{01} \xi_0^2 M_{s0}^2,$$

$$\nu_{01} = 1 - \nu_0, \quad \nu_{02} = 1 + \nu_0, \quad M_{s0} = c / c_{s0}, \quad c_{s0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho_0}}, \quad \chi^2 = \frac{h_0^2}{6R^2}, \quad G_0 = -\frac{\nu_{01} R^2}{\mu_0 h_0};$$

при  $r = R_1$ :  $q_{nj1} = (\sigma_{nj1})_n$ ,  $q_{nj2} = (\sigma_{nj2})_n$ ,  $j = \eta, \theta, r$ .

Разрешая (22) относительно  $u_{0n\eta}$ ,  $u_{0n\theta}$ ,  $u_{0nr}$ , находим

$$\begin{aligned} u_{0n\eta} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\eta j} (q_{nj2} - q_{nj1}) \\ u_{0n\theta} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{\theta j} (q_{nj2} - q_{nj1}) \\ u_{0nr} &= \frac{G_0}{\delta_n} \sum_{j=1}^3 \delta_{rj} (q_{nj2} - q_{nj1}) \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь  $\delta_n = \delta_{[n]} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - (\varepsilon_1 \xi_1)^2 - (\varepsilon_2 \xi_2)^2 - (\varepsilon_3 \xi_3)^2 + 2\xi_1 \xi_2 \xi_3$ ,

$$\delta_{\eta 1} = (\varepsilon_2 \varepsilon_3)^2 - \xi_1^2, \quad \delta_{\eta 2} = \xi_1 \xi_2 - \xi_3 \varepsilon_3^2, \quad \delta_{\eta 3} = i(\varepsilon_2^2 \xi_2 - \xi_1 \xi_3),$$

$$\delta_{\theta 1} = \delta_{\eta 2}, \quad \delta_{\theta 2} = (\varepsilon_1 \varepsilon_3)^2 - \xi_2^2, \quad \delta_{\theta 3} = i(\varepsilon_1^2 \xi_1 - \xi_2 \xi_3),$$

$$\delta_{r1} = -\delta_{\eta 3}, \quad \delta_{r2} = -\delta_{\theta 3}, \quad \delta_{r3} = (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 - \xi_3^2, \quad \xi_1 = 2n, \quad \xi_2 = 2v_0 \xi_0, \quad \xi_3 = v_{02} \xi_0 n;$$

для  $q_{nj1}$  и  $q_{nj2}$  индекс  $j = 1$  соответствует индексу  $\eta, j = 2 - \theta, j = 3 - r$ .

Коэффициенты  $a_{n1}, \dots, a_{n9}$  можно определить, используя следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } r = R_1 \quad u_{j1} &= u_{j2}, \quad u_{j1} = u_{0j}, \\ \text{при } r = R_2 \quad \sigma_{rj2} &= P_j(\theta, \eta), \quad j = r, \theta, \eta. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя в (24) соответствующие выражения и приравнивая коэффициенты рядов при  $e^{in\theta}$ , получим бесконечную систему ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) линейных алгебраических уравнений, для решения которой можно использовать метод редукции или более удобный для решения поставленной задачи метод последовательных отражений [4], позволяющий при каждом последовательном отражении решать систему линейных уравнений блочно-диагонального вида. В случае произвольной периодической по  $\eta$  нагрузки, разлагая ее в ряд Фурье, для каждой составляющей ряда получим вышерассмотренную задачу.

Используя полученное решение, исследуем влияние на напряжённо-деформированное состояние окружающего двухслойную сталебетонную оболочку (несущий слой – бетон, ограждающий слой – сталь) массива скорости движения  $c$  и периода  $T = 2\pi/\zeta$  нормальной осесимметричной синусоидальной нагрузки  $P_r \equiv P$  с амплитудой  $P_A$ , оказывающей наибольшее давление на внутреннюю поверхность несущего слоя в начале подвижной системы координат ( $\eta = 0$ ). Расчетные параметры:  $v_0 = 0,3$ ,  $\mu_0 = 8,08 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $v_1 = 0,28$ ,  $\mu_1 = \mu = 4,69 \cdot 10^3$  МПа,  $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{s1} = 1318$  м/с,  $c_R = 1218$  м/с;  $v_2 = 0,2$ ,  $\mu_2 = 1,21 \cdot 10^4$  МПа,  $\rho_2 = 2,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{s2} = 2200$  м/с;  $h_0 = 0,01$  м,  $R_1 = 1,0$  м,  $R_2 = 0,9$  м,  $h = 2R_1$ . Контакт между слоями оболочки, а также контакт между ограждающим слоем и массивом полагаем жёстким

В таблицу 1 помещены результаты расчётов максимальных прогибов границы полупространства  $\dot{u}_x = u_x \mu / P_A$  ( $\eta = y = 0, x = h$ ) при различных скоростях  $c$  и периодах  $T$  нагрузки.

Из анализа результатов расчётов следует, что возрастание скорости движения нагрузки ведет к увеличению прогибов границы полупространства. С уменьшением  $T$  прогибы уменьшаются и при  $T = \pi/4$  м, то есть при  $T/h = 0,4$ , они, как и другие компоненты НДС рассматриваемой поверхности, практически равны нулю для всех скоростей нагрузки. В этом случае толщина окружающей оболочку динамически активного слоя массива приблизительно равна  $h/2 = R_1$ . При дальнейшем уменьшении  $T$ , толщина динамически активного слоя становится меньше. Таким образом, в случае  $T/h < 0,4$  для расчёта оболочки на данную нагрузку можно использовать более простую расчетную схему – оболочку в безграничном упругом пространстве.

Таблица 1. Максимальные прогибы  $\dot{u}_x$  границы полупространства

$c$ , м/с	$T$ , м				
	$2\pi$	$\pi$	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/8$
	$\dot{u}_x$ , м				
100	0,2617	0,0922	0,0110	0,0001	0,0000
400	0,2794	0,1039	0,0133	0,0002	0,0000
600	0,3111	0,1243	0,050	0,0003	0,0000

В таблице 2 для нагрузки с периодом  $T = \pi/8$  м приведены результаты расчётов напряжённо-деформированного состояния массива на контуре поперечного сечения оболочки в подвижной координатной плоскости  $xy$ , произведенные по двум расчетным схемам (РС): 1 – оболочка в упругом полупространстве, 2 – оболочка в упругом пространстве. Скорость движения нагрузки  $c = 800$  м/с. В таблицах приняты следующие обозначения:  $\dot{u}_r = u_r \mu / P_A$ , м,  $\dot{\sigma}_{rr} = \sigma_{rr} / P_A$ ,  $\dot{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} / P_A$ ,  $\dot{\sigma}_{\eta\eta} = \sigma_{\eta\eta} / P_A$ .

Таблица 2. Компоненты НДС массива на контуре поперечного сечения оболочки ( $T = \pi/8$  м,  $c = 800$  м/с).

РС	Комп. НДС	$\theta$ , град.						
		0	30	60	90	120	150	180
1	$\dot{u}_r$	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
	$\dot{\sigma}_{rr}$	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360
	$\dot{\sigma}_{\theta\theta}$	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060
	$\dot{\sigma}_{\eta\eta}$	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013
2	$\dot{u}_r$	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017	0,017
	$\dot{\sigma}_{rr}$	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360	-0,360
	$\dot{\sigma}_{\theta\theta}$	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060
	$\dot{\sigma}_{\eta\eta}$	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013

Как видно из таблицы, даже при относительно близкой скорости движения нагрузки с данным периодом к скорости рэлеевской волны, отличия в значениях компонент напряжённо-деформированного состояния исследуемого контура, полученных при использовании различных расчетных схем, отсутствуют.

Результаты аналогичных расчётов при периоде  $T = 2\pi$  м и скорости нагрузки  $c = 100$  м/с, помещены в таблицу 3.

Из анализа результатов следует, что даже при относительно низких скоростях движения нагрузки, отличия в значениях сравниваемых выше компонент напряжённо-деформированного состояния массива довольно существенны. С увеличением скорости движения нагрузки эта тенденция усиливается.

Таблица 3. Компоненты НДС массива на контуре поперечного сечения оболочки ( $T = 2\pi m$ ,  $c = 100 \text{ м/с}$ ).

PC	Комп. НДС	$\theta, \text{град.}$					
		0	30	60	90	120	150
1	$\dot{u}_r$	0,388	0,340	0,262	0,223	0,219	0,229
	$\dot{\sigma}_{rr}$	-0,681	-0,632	-0,534	-0,595	-0,629	-0,661
	$\dot{\sigma}_{\theta\theta}$	0,543	0,465	0,409	0,428	0,417	0,382
	$\dot{\sigma}_{\eta\eta}$	-0,277	-0,280	-0,272	-0,255	-0,250	-0,256
2	$\dot{u}_r$	0,238	0,238	0,238	0,238	0,238	0,238
	$\dot{\sigma}_{rr}$	-0,655	-0,655	-0,655	-0,655	-0,655	-0,655
	$\dot{\sigma}_{\theta\theta}$	0,356	0,356	0,356	0,356	0,356	0,356
	$\dot{\sigma}_{\eta\eta}$	-0,251	-0,251	-0,251	-0,251	-0,251	-0,251

### Литература:

1. Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А. Динамика тоннелей и подземных трубопроводов. – Алма-Ата: Наука, 1989. – 240 с.
2. Алексеева Л.А., Украинец В.Н. Динамика упругого полупространства с подкрепленной цилиндрической полостью при подвижных нагрузках // «Прикладная механика». – 2009. – № 9. – С. 75-85.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
4. Украинец В.Н. Динамика тоннелей и трубопроводов мелкого заложения под воздействием подвижных нагрузок. – Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2006. – 123 с.

УДК 624.042: 534.01

Тулебаев К.Р., д.т.н., проектный институт «АлматыгипроГор-1»

## О СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЯХ НИТИ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ (НАПРАВЛЯЮЩЕЙ) МЕМБРАННОГО ПОКРЫТИЯ

В статье рассматриваются собственные колебания нитей конечной жесткости (направляющей) мембранных покрытий основного зала Универсального спортивно-зрелищного здания. Задача решается с использованием аппарата теории бесселевых функций. Дан пример определения собственной частоты и периода собственных колебаний одной нити.

Архитектурные сооружения с покрытием из мембранных оболочек отрицательной гауссовой кривизны обладают значительными технико-экономическими и эстетическими преимуществами перед другими покрытиями за счет увеличения жесткости и местной устойчивости. По сравнению с решением покрытия в виде одиночной оболочки, сочленение седловидных мембранных оболочек позволяет создавать конструктивно целесообразные и эстетически выра-